

**Дагестанский государственный университет  
народного хозяйства**

**Кафедра естественнонаучных дисциплин**

**МАГОМЕДОВ М.Р.  
ИНУСОВА Х.М.**

**ЗАДАЧНИК-ПРАКТИКУМ ПО ФИЗИКЕ  
для специальностей СПО**



**Махачкала – 2017**

**УДК 53(075.8)**

**ББК 22.3**

**Составители:** Магомедов Магомедзапир Рабаданович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры естественнонаучных дисциплин ДГУНХ, Инусова Халимат Магомедовна, кандидат педагогических наук, доцент кафедры естественнонаучных дисциплин ДГУНХ.

**Внутренний рецензент:** Келбиханов Руслан Келбиханович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры естественнонаучных дисциплин ДГУНХ.

**Внешний рецензент:** Магомедов Гасан Мусаевич доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой общей и экспериментальной физики и методики ее преподавания Дагестанского государственного педагогического университета.

Магомедов М.Р., Инусова Х.М. Задачник-практикум по физике для специальностей СПО. - Махачкала: ДГУНХ, - 2017. – 119 с.

Одобрено кафедрой естественнонаучных дисциплин

26.12. 2017г., протокол №5

Заведующий кафедрой к.х.н., доцент Умарова Ю.А.

**Печатается по решению Учебно-методического совета  
Дагестанского государственного университета народного  
хозяйства**

## Содержание

|   |     |
|---|-----|
| Предисловие .....   | 4   |
| Алгоритмическое предписание к решению задач по физике. Методические указания и особенности решения..... | 5   |
| Алгоритмы решения задач по механике .....   | 6   |
| 1. МЕХАНИКА.....  | 10  |
| 1.1. Основы кинематики.....   | 10  |
| 1.2. Основы динамики .....  | 36  |
| 1.3. Статика и гидростатика .....   | 50  |
| 1.4. Законы сохранения .....  | 58  |
| 1.5. Механические колебания и волны .....   | 74  |
| 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА ....   | 80  |
| 2.1. Основы молекулярно-кинетической теории .....   | 80  |
| 2.2. Основы термодинамики.....  | 83  |
| 3. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА.....   | 100 |
| 3.1. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА.....   | 100 |
| Справочный материал.....  | 111 |
| Таблицы физических величин.....   | 113 |
| Литература.....   | 119 |

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Методическое пособие составлено в соответствии с учебно-методическими комплексами предназначенных для студентов Бизнес-колледжа при ДГУНХ обучающимся по специальностям СПО. В нем дана краткая теория по основным разделам курса общей физики. Пособие предназначено для закрепления учебного материала по курсу общей физики и выработки навыков решения физических задач различного типа.

Физической задачей называется проблема решаемая на основе методов физики с использованием в процессе решения логических умозаключений, физического эксперимента и математических действий.

Физические задачи классифицируются следующим образом: по содержанию делят в зависимости от материала, представляющего тот или иной раздел физики (механика, молекулярная физика, электродинамика и т.п.). Задачи, в которых используются сведения из нескольких разделов, называют комбинированными или комплексными. По содержанию различают так же абстрактные и конкретные. В абстрактных задачах данные величины приведены в общем виде без указания их конкретного значения. Например: «тело массой  $m$  под действием силы  $F$  движется в течении времени  $t$ . Какой путь пройдет тело за это время, если его начальная скорость равна нулю?». В заданиях с конкретным содержанием приведены значения физических величин. В зависимости от содержания, задачи могут быть занимательные, исторические, политехнические, общекультурные и т.п.

По степени сложности или характеру умственной деятельности физические задачи делят на простые и сложные. Сложность оценивается по числу операций, которые необходимо выполнить при ее решении. Простые задачи являются тренировочными и требуют для своего решения изученной формулы и знания единиц физических величин. Их решение сводится к простейшим вычислениям в одно действие. Наиболее частое применение этих задач на начальном этапе закрепления учебного материала т.к. на этом этапе деятельность учащихся носит репродуктивный характер.

Задачи, решение которых требуют нескольких действий называют сложными. К сложным задачам, при решении которых выполняются репродуктивная деятельность относятся, например, комбинированные задачи.

Особый класс составляют творческие задачи, в которых формулируется требования, но отсутствуют прямые и косвенные указания на то, какие законы и методы следует применять для их решения.

Творческие задачи иногда называют нестандартными. Они могут быть исследовательскими при решении, которых получается ответ на вопрос «Почему?» и конструкторскими, решение которых дает ответ на вопрос «Как сделать?».

К этой же категории задач относятся олимпиадные задачи.

В зависимости от способа выражения условия выделяют текстовые, экспериментальные, графические, задачи – рисунки.

По основному способу решения задач выделяются качественные задачи, при решении которых не выполняются вычисления и анализ ситуации осуществляется на качественном уровне; вычислительные, при решении которых выполняются вычисления; экспериментальные, для решения которых применяют физический эксперимент; графические, для решения которых используют графики.

## **АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ПРЕДПИСАНИЕ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ**

1. Для уяснения основного вопроса задачи внимательно изучите условия и попытайтесь понять физическую сущность явлений или процессов, рассматриваемых в данной задаче.

2. Повторите условие задачи, мысленно представьте ситуацию описанную в задаче, выделите известные и неизвестные величины и выясните цель решения.

3. Запишите условие задачи в стандартном виде, переведите значения (по необходимости) всех величин в СИ.

4. Сделайте рисунок, схему или чертеж к условию задачи. На рисунке покажите все векторные величины.

5. Определите с помощью каких физических законов можно описать и решить рассматриваемую в задаче ситуацию. Если в законы входят векторные величины, записать законы в векторном виде.

6. На рисунке (чертеже) к задаче выбрать направления координатных осей исходя из принципа рациональности и записать векторные соотношения в проекциях на оси координат в виде скалярных уравнений, связывающих известные и искомые величины.

7. Решить полученное уравнение (или систему уравнений) в общем виде, выразив искомую величину.

8. Проверить правильность общего решения с помощью метода размерностей (обозначений единиц физических величин).

9. Подставить в общее решение числовые значения величин и произвести вычисления.

10. Проанализировать полученный результат с оценкой его реальности. Записать ответ в единицах в СИ или в единицах указанных в условии задачи.

11. Выяснить есть ли другие способы решения задачи (точные или приближенные).

12. Продумайте и проанализируйте как изменится результат, если внести изменения в условие задачи.

## **АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО МЕХАНИКЕ**

### **Кинематика**

1. Выбрать систему отсчета (тело отсчета, систему координат и начало отсчета времени). При выборе направлений координатных осей следует учитывать рациональное направление векторов перемещений, скоростей и ускорений.

2. Изобразить траекторию движения материальной точки в выбранной системе отсчета, показать на рисунке направления векторов перемещений, скоростей и ускорений.

3. Записать закон движения и вытекающие из него уравнения в векторной форме ( $\vec{r} = \vec{r}(t)$ ,  $\vec{a} = \vec{a}(t)$ ), а затем записать эти уравнения в проекциях на оси координат и получить систему уравнений в скалярной форме. В случае необходимости дополнить полученную систему уравнений соотношениями, вытекающими из условия задачи.

4. Решить систему уравнений и определить искомые величины.

5. При графическом решении задачи использовать графики зависимости координат или скорости (перемещения или пути) от времени, определить на основании этих графиков неизвестные величины. Использовать графические зависимости кинематических величин при проверке результатов решения задачи.

## Динамика

1. Сделать рисунок, изобразить на нем все силы, действующие на каждое тело, выбрать систему координат, оси которой направить в соответствии с направлением вектора ускорения системы тел или ускорения одного (заданного, искомого) из них. При движении тела по окружности, одну из координатных осей удобно направить по направлению нормального (центростремительного) ускорения, то есть к центру окружности.

2. Записать в векторной форме второй закон Ньютона для каждого тела в отдельности: затем записать это уравнение в проекциях на оси координат и получить систему уравнений в скалярной форме. В случае необходимости использовать формулы кинематики и законы сохранения.

3. Решить полученную систему уравнений и определить искомые величины.

## Закон сохранения импульса

1. Сделать рисунок (схему, чертеж) указать на нем все импульсы скорости для всех тел системы (по необходимости указать все силы действующие на тела) до и после взаимодействия,

выбрав систему отсчета и определив направления координатных осей.

2. Если система тел, рассматриваемая в задаче замкнутая или взаимодействие тел системы происходит очень быстро, использовать закон сохранения импульса тел ( $(\sum \vec{P}_i)_{\text{до взаимодействия}} = (\sum \vec{P}_i)_{\text{после взаимодействия}}$ ), и закон сохранения импульса силы  $\Delta \vec{P} = \vec{F} \Delta t$ , если система тел незамкнута.

3. Записать векторные уравнения в проекциях на оси координат и получить систему уравнений в скалярной форме.

4. В случае необходимости используя кинематические и динамические уравнения решить полученную систему уравнений и определить искомые величины.

### **Закон сохранения механической энергии**

1. Сделать рисунок выбрав уровень отсчета потенциальной энергии, определить направления координатных осей системы отсчета.

2. Изобразить на рисунке все силы, действующие на тела системы, а также скорости (импульсы) тел и их расположение в начальном и конечном состояниях.

3. Если система тел замкнута или в ней действуют только потенциальные силы, использовать закон сохранения механической энергии  $E_{\text{полн}} = E_k + E_p = E_k^I + E_p^I$  для начального и конечного состояний системы.

4. Если при переходе системы из начального состояния в конечное действовали внешние силы, а между телами системы есть силы трения, то использовать закон изменения механической энергии системы  $\Delta E_{\text{полн}} = A + A_{\text{тр}}$ , где  $\Delta E_{\text{полн}}$  - изменение механической энергии системы,  $A$  - работа внешних сил,  $A_{\text{тр}}$  - работа сил трения.

5. Дополнив, при необходимости полученные уравнения кинематическими и динамическими соотношениями, решить уравнения и определить искомые величины.

### **Статика**

1. При решении задач на равновесие тел следует выбрать систему координат, определить направление координатных осей и показать все силы действующие на тело (или тела системы), находящееся в положении равновесия.

2. Для тела не имеющего оси вращения записать условие равновесия в векторной форме  $\sum_i \vec{F}_i = 0$ , затем написать это условие в проекциях на оси и получить уравнение в скалярной форме.

3. Для тела с закрепленной осью вращения следует определить плечи всех сил относительно оси и использовать условие равновесия  $\sum_i M_i = 0$  учитывая знаки моментов сил.

4. При определении центра тяжести тела или системы жестко связанных тел использовать правило моментов, предполагая при этом, что ось вращения проходит через центр тяжести.

5. Если ось вращения не закреплена, то необходимо использовать оба условия равновесия. При этом положение оси вращения следует выбирать так, чтобы через нее проходило наибольшее число линий действия известных сил.

6. Решить полученную систему уравнений и определить искомые величины.

## Гидростатика

1. Сделать рисунок, показав на нем все равновесные уровни жидкости, которые она занимает в разных состояниях.

2. Изобразить границы раздела различных жидкостей (если это необходимо по условию задачи).

3. Выбрать нулевой (горизонтальный) уровень для отсчета высот столбов различных жидкостей по нижней границе раздела сред.

4. Записать условие равновесия жидкости  $P_m = P_n$ , где  $P_m$  и  $P_n$  - полные (суммарные) давления внутри жидкости в точках

$m$  и  $n$  расположенных на одном горизонтальном уровне в покое жидкости.

5. Если до установления равновесия происходило переливание жидкости следует к условию равновесия добавить условие несжимаемости жидкости  $\Delta V_1 = \Delta V_2$ , где  $\Delta V_1$  - уменьшение объема жидкости в одной части сосуда и  $\Delta V_2$  - увеличение его в другой части сосуда.

6. Решить полученную систему уравнений и определить искомые величины.

7. При решении задач, в которых рассматривается равновесие или движение твердых тел в жидкости и газе учитывать закон Архимеда и условия плавания тел.

## 1. МЕХАНИКА

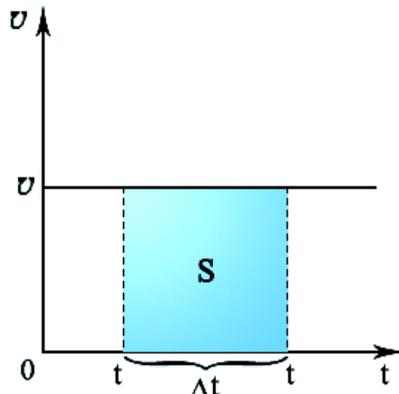
### 1.1. ОСНОВЫ КИНЕМАТИКИ

Механическое движение и его относительность. Движение – это изменение положения тела или его частей в пространстве относительно другого тела, выбранного за тело отсчета, с течением времени. Пройденный путь  $s$  равен длине дуги траектории, пройденной телом за некоторое время  $t$ . Путь – скалярная величина. Перемещение  $\vec{s} = \Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$  – вектор, соединяющий положения движущейся материальной точки в начале и в конце некоторого промежутка времени.

Скорость  $\vec{v}$  – векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения положения тела. Для характеристики движения вводится понятие средней скорости:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

При неограниченном уменьшении  $\Delta t$  средняя скорость стремится к предельному значению – мгновенной скорости. Для любого движения модуль мгновенной скорости равен производной пути



по времени  $\mathcal{G} = \frac{ds}{dt}$ . Мгновенная скорость  $\vec{\mathcal{G}}$  тела в любой точке криволинейной траектории направлена по касательной к траектории в этой точке.

Следует различать среднюю скорость и модуль вектора средней скорости. Средняя скорость  $\mathcal{G}_{cp} = \frac{s}{\Delta t} = \frac{s_1 + s_2 + \dots + s_N}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_N}$ .

Ускорение  $\vec{a}$  – векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости по величине и скорости. Среднее ускорение:  $\vec{a}_{cp} = \frac{\vec{\mathcal{G}}_2 - \vec{\mathcal{G}}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{\mathcal{G}}}{\Delta t}$ . Мгновенное ускорение:  $\vec{a} = \frac{d\vec{\mathcal{G}}}{dt}$ . Модуль мгновенного ускорения  $a = \frac{d\mathcal{G}}{dt}$ .

Равномерное движение. При равномерном движении скорость тела постоянна, а ускорение равно нулю. Координата может быть рассчитана по закону движения  $x(t) = x_0 + \mathcal{G}_{0x}t$ , где  $x_0$  – начальная координата материальной точки, а  $\mathcal{G}_{0x}$  – проекция ее начальной скорости на ось  $Ox$ . В координатах  $(\mathcal{G}, t)$  график движения представляет собой прямую линию, параллельную оси времени. Площадь  $S$  под этой прямой определяет пройденный путь за промежуток времени  $\Delta t$ .

Прямолинейное равноускоренное движение. При равноускоренном прямолинейном движении скорость тела определяется формулой  $\mathcal{G} = \mathcal{G}_0 + at$ , где  $\mathcal{G}_0$  – начальная скорость и  $a$  – ускорение. Координата тела меняется с течением времени в соответствии с законом движения:  $x(t) = x_0 + \mathcal{G}_0t + \frac{at^2}{2}$ , где  $x_0$  – начальная координата материальной точки. При этом проекции скорости и ускорения могут принимать различные значения, в том числе и отрицательные.

При равноускоренном движении пройденный путь можно определить из формул:  $s = \mathcal{G}_0t + \frac{at^2}{2}$  (если дано время движения)

или  $s = \frac{g^2 - g_0^2}{2a}$  (если время движения не известно). При равнозамедленном движении ускорение принимает отрицательное значение.

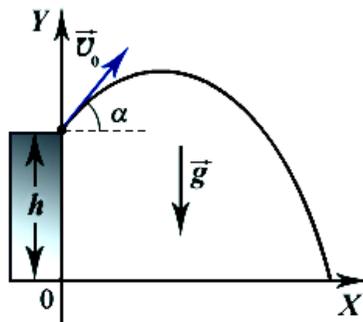
Свободное падение. Так как ускорение  $\vec{g}$  постоянно и направлено вертикально вниз, то движение тела вдоль оси  $OX$  является равномерным и скорость в этом случае равна  $g_0 \cos \alpha$ .

Закон движения вдоль оси  $OX$ :

$$x = (g_0 \cos \alpha)t; \quad g_x = g_0 \cos \alpha.$$

Вдоль оси  $OY$  движение равноускоренное. Закон движения вдоль оси  $OY$ :

$$y = h + (g_0 \cos \alpha)t - \frac{gt^2}{2}; \quad g_y = g_0 \sin \alpha - gt.$$



Эти четыре уравнения образуют систему, которая позволяет рассчитывать координаты и скорость тела в любой момент времени при заданных начальных условиях. Время полета тела от начала движения до падения на землю ( $t_{\text{пад}}$ ) находится из условия  $y(t_{\text{пад}}) = 0$ , а время полета тела до наивысшей точки полета ( $t_{\text{max}}$ ) находится из условия  $g_y(t_{\text{max}}) = 0$ . Скорость тела в точке максимального подъема равна по модулю  $g_{0x}$ , а в момент падения на землю она равна  $\sqrt{g_{0x}^2 + (g_{0y} - gt)^2}$ .

Движение тела по окружности. Равномерное движение по окружности происходит с постоянной по модулю скоростью, т.е.  $g = \text{const}$ . Однако направление скорости при таком движении непрерывно изменяется, поэтому равномерное движение тела по окружности является движением с ускорением. Для описания равномерного движения тела по окружности вводят следующие физические величины: период, частота обращения, линейная скорость, угловая скорость и центростремительное ускорение.

Период обращения  $T$  – время, за которое совершается один полный оборот.

Частота обращения  $\nu = \frac{1}{T}$  – это число оборотов, совершаемых телом за 1 с. За время, равное периоду обращения  $T$ , точка проходит расстояние, равное длине окружности  $2\pi R$ , поэтому модуль линейной скорости равна  $g = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi\nu R = \omega R$ , где  $\omega = \frac{\varphi}{t}$  – угловая скорость вращения твердого тела, модуль которой равен отношению угла поворота тела  $\varphi$  к промежутку времени  $t$ , за которое этот поворот совершен.

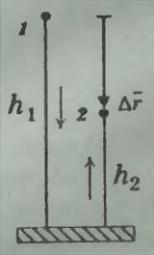
Центростремительное ускорение – это ускорение тела, точки или частицы, равномерно движущихся по окружности. Это ускорение в каждой точке окружности направлено к ее центру и потому называется центростремительным. Модуль центростремительного ускорения пропорционален квадрату линейной скорости тела и обратно пропорционален радиусу окружности, по которой оно движется:  $a = \frac{g^2}{R}$  или  $a = \omega^2 R$ .

Относительность движения. Закон сложения скоростей:  $\vec{g} = \vec{g}_0 + \vec{g}'$ , где  $\vec{g}$  – вектор скорости тела относительно неподвижной системы отсчета;  $\vec{g}_0$  – вектор скорости подвижной системы;  $\vec{g}'$  – вектор скорости тела относительно подвижной системы отсчета.

### **Материальная точка. Система отсчета. Путь и перемещение.**

1. Наблюдатель уронил мяч с высоты 1,6 м, а затем после отскока поймал его на высоте 1,4 м. Чему равен путь пройденный мячом и каково его перемещение?

2. Мяч упал с высоты 3 м и после удара о землю подпрыгнул на высоту 2 м. Определите его путь и модуль перемещения.

|   |  |
|---|--|
| <p><u>Дано:</u><br/> <math>h_1 = 3 \text{ м}</math><br/> <math>h_2 = 2 \text{ м}</math></p> | <p><u>Решение</u><br/> Путь <math>S</math> равен сумме высот <math>h_1</math> и <math>h_2</math> (рис. 1):<br/> <math>S = h_1 + h_2,</math><br/> <math>S = (3 + 2) \text{ м} = 5 \text{ м}.</math></p>   |
| <p><math>S = ?</math><br/> <math> \Delta \vec{r}  = ?</math></p>                            | <p>Перемещение <math> \Delta \vec{r} </math> - вектор, направленный из точки 1 в точку 2. Его модуль равен разности высот <math>h_1</math> и <math>h_2</math>:<br/> <math> \Delta \vec{r}  = h_1 - h_2,  \Delta \vec{r}  = (3 - 2) \text{ м} = 1 \text{ м}.</math></p> |
|   | <p><br/> <b>Рис. 1.</b></p> <p style="text-align: right;"><i>Ответ: <math>S=5 \text{ м},</math><br/> <math> \Delta \vec{r} =1 \text{ м}.</math></i></p>                               |

3. Самолет пролетел 120 км в западном направлении, а затем встретив грозовую тучу повернул под прямым углом в южном направлении и пролетел еще 50 км. Каковы путь и модуль перемещения на первом участке движения, на втором участке движения и за все время движения?

4. Первую половину времени своего движения автомобиль двигался со скоростью 80 км/ч, а вторую половину времени – со скоростью 40 км/ч. Какова средняя скорость движения автомобиля?

5. Материальная точка переместилась из начального положения с координатами  $x_0=5 \text{ м}$  и  $y_0=8 \text{ м}$  в положение с координатами  $x=13 \text{ м}$  и  $y=14 \text{ м}$ . Изобразите графически вектор перемещения и найдите его значение. Определите проекции вектора перемещения на оси координат.

6. Построить графики движений двух тел, описываемых уравнениями  $x_1 = -1 + 2t$  и  $x_2 = 2 + t$  см в одной системе координат и по графикам определить, через сколько времени с момента:  $t=0$  координата этих тел станет одинаковой и какой она будет. Время выразить в секундах, а координату в сантиметрах.

|   |   |
|---|---|
| <p><u>Дано:</u><br/> <math>x_1 = -1 + 2t \text{ см}</math><br/> <math>x_2 = 2 + t \text{ см}</math></p> | <p><u>Решение</u><br/> Проведем оси координат <math>Ox</math> и <math>Ot</math>.<br/> Выберем произвольно два момента</p> |
|---|---|

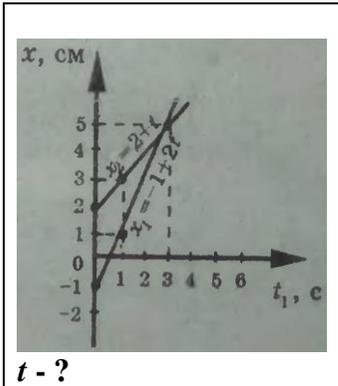


Рис. 2.

времени  $t=0$  и  $t=1$  с и вычислим  $x_1$  и  $x_2$  для этих моментов. Заполним таблицу.

**Таблица**

| $t, \text{с}$ | $x_1, \text{см}$ | $x_2, \text{см}$ |
|---------------|------------------|------------------|
| 0             | -1               | 2                |
| 1             | 1                | 3                |

Обозначим точки и построим графики (рис. 2). Искомые координата и время соответствуют точке пересечения графиков.

*Ответ:  $t = 3\text{с}$ ,  $x = 5\text{см}$ .*

7. Тело находится в точке с координатами  $x_0=7$  м и  $y_0=8$  м. Определить конечные координаты этого тела, если известны проекции перемещения  $\Delta x=12$  м и  $\Delta y=5$  м. Чему равен модуль перемещения тела?

8. Цирковая лошадь пробежала по арене  $3/4$  окружности радиусом 6 м. Определить пройденный путь и модуль перемещения.

9. Камень брошенный горизонтально с крыши башни высотой 15 м упал в 36 метрах от башни. Определить пройденный путь и модуль перемещения.

10. Определить путь и перемещение конца минутной стрелки длиной 2 см за 15 минут (рис. 3).

|  |   |
|--|---|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>l = 2 \text{ см}</math><br/> <math>t = 15 \text{ мин}</math></p>    | <p style="text-align: center;"><b><u>Решение</u></b></p> <p>Путь <math>S</math> равен длине дуги <math>ab</math>, составляющей четверть окружности с радиусом <math>l</math>:</p> |
| <p><math>S - ?</math><br/> <math> \Delta \vec{r}  - ?</math><br/> <math>\varphi - ?</math></p> | <p><math>S = \frac{2\pi l}{4} = 0,5\pi l</math>. Подставим числа:<br/> <math>S = 0,5 \cdot 3,14 \cdot 2 = 3,14 \text{ см}</math>.</p>   |

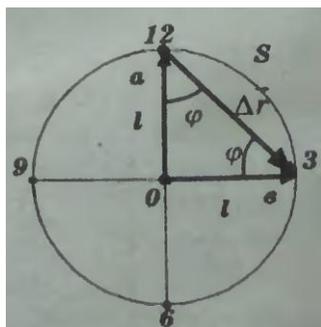


Рис. 3.

Перемещение  $|\Delta\vec{r}|$  - вектор, направленный из точки  $a$  в точку  $b$ . По теореме Пифагора его модуль:

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2l^2} = l\sqrt{2}.$$

Так как  $\sqrt{2} = 1,4$ , то  $|\Delta\vec{r}| = 1,4l$ ,

$$|\Delta\vec{r}| = 1,4 \cdot 2 = 2,8 \text{ см}.$$

Так как треугольник  $aOb$  равнобедренный, угол между вектором  $|\Delta\vec{r}|$  и горизонтальной стрелкой  $\varphi = 45^\circ$ .

Ответ:  $S = 3,14 \text{ см}$ ,

$$|\Delta\vec{r}| = 2,8 \text{ см}, \quad \varphi = 45^\circ.$$

11. Определить путь и перемещение концов минутной и часовой стрелки башенных часов за три часа и полчаса, если длина часовой стрелки 1,2 м, а минутной 1,5 м.

12. Расстояние между двумя пунктами по прямой линии 18 км. Человек проходит это расстояние туда и обратно за 8 часа. Чему равен путь и модуль перемещения за 1 час, 3 часа, 5 часов, 7 часов, если модуль скорости остается постоянным?

13. Велосипедист спустился под углом  $30^\circ$  к горизонту со спуска длиной 200 м. Определить проекции перемещения велосипедиста по горизонтальному и вертикальному направлению.

14. Определить перемещение кабины колеса обозрения радиусом 12 м за 1,5 оборота.

### Кинематические уравнения движения

15. Материальная точка движется в плоскости  $XOY$  и уравнение ее движения имеет вид:  $x=2t$ ;  $y=8t$ . Найти вид траектории.

16. Движение материальной точки в плоскости  $XOY$  описывается уравнениями:  $x=3t$ ,  $y=-18t^2$ . Определить вид траектории.

17. Материальная точка движется в плоскости  $XOY$  и уравнение ее движения имеет вид:  $x=4t$ ,  $y=12t$ . Найти вид траектории.

**Решение**

Исключив из заданных уравнений время имеем:

$$t = \frac{x}{4} \qquad y = 12 \frac{x}{4} = 3x.$$

Построив график данной зависимости находим, что траекторией движущейся точки будет прямая, проходящая через начало координат. (Начальная точка движения начало системы координат).

18. В начальный момент времени тело находилось в точке с координатами  $x_0 = -2$  м,  $y_0 = 4$  м. Тело переместилось в точку с координатами  $x = 2$  м,  $y = 1$  м. Найдите проекции вектора перемещения на оси  $X$  и  $Y$ . Начертите вектор перемещения.

19. Из начальной точки с координатами  $x_0 = -3$  м,  $y_0 = 1$  м. тело прошло некоторый путь, так что проекция вектора перемещения на ось  $X$  оказалась равной  $5,2$  м на ось  $Y = 3$  м. Найдите координаты конечного положения тела. Начертите вектор перемещения. Чему равен его модуль?

20. Движение двух велосипедистов заданы уравнениями:  $x=5t$ ,  $y=150-10t$ . Построит графики зависимости  $x(t)$ . Найти время и место встречи.

21. Тело переместилось из точки с координатами  $x_1 = 0$ ,  $y_2 = 2$  м в точку с координатами  $x_2 = 4$  м,  $y_2 = 1$  м. Сделать чертеж найти перемещение и его проекции на оси координат.

22. Движение материальной точки задано уравнением  $x=12t-3t^2$ . Через сколько времени скорость точки станет равна нулю.

23. Материальная точка движется согласно уравнениям  $x=4t+2$  см,  $y=t^2$  см. Проходит ли ее траектория через точки  $x_1 = 8$  см и  $y_1 = 16$  см? Напишите уравнение траектории точки.

|   |  |
|---|--|
| <p><u>Дано:</u><br/> <math>x = 4t + 2</math><br/> <math>см\ y = t^2</math><br/> <math>см</math><br/> <math>x_I = 8\ см</math><br/> <math>y_I = 16\ см</math><br/> <math>y = y(t) - ?</math></p> | <p style="text-align: center;"><u><b>Решение</b></u></p> <p>Исключим время из обоих уравнений: <math>x = 4t + 2</math>,<br/> откуда <math>4t = x - 2</math> и <math>t = \frac{x - 2}{4}</math>, <math>y = t^2</math> или <math>y = \frac{(x - 2)^2}{16}</math> -<br/> уравнение траектории точки.</p> <p>При <math>x_I = 8\ см</math> <math>y = \frac{(8 - 2)^2}{16} см = 2,25\ см</math>.</p> <p>Но <math>y = 2,25\ см \neq y = 16\ см</math>, значит, траектория не<br/> проходит через точки <math>x_I = 8\ см</math> и <math>y_I = 16\ см</math>.</p> <p style="text-align: right;"><i>Ответ:</i> не проходит, <math>y = \frac{(x - 2)^2}{16} см</math>.</p> |
|---|--|

24. Движение материальной точки в плоскости  $ХОУ$  описывается уравнениями:  $x = 2t$ ,  $y = -8t^2$ . Определить вид траектории.

**Решение**

Так же как и предыдущей задаче исключаем  $t$ :

$$t = \frac{x}{2} \qquad y = -8 \left( \frac{x}{2} \right)^2 = -\frac{8}{4} x^2 = -2x^2$$

Графиком данного уравнения является парабола. Следовательно, траекторией движения будет парабола, начинающаяся из начало координат и направленная вниз.

25. Найти вид траектории материальной точки имеющей следующие кинематические уравнения движения:  $x = 1,5t$ ,  $y = 9t$ .

26. Найти вид траектории для движения, описываемого уравнениями:  $x = 1,5t$ ,  $y = 5t^2$ .

27. Найти вид траектории для движения, описываемого уравнениями:  $x = 12t$ ,  $y = 3t$ .

28. Уравнения движения материальной точки имеет вид:  $y = 3 + 2t$   $x = 2 - t$ . Определить перемещение за 5 с, форму траектории и скорость движения. (Координаты заданы в метрах).

29. Уравнения координат материальной точки имеет вид:  $x = 3t$  и  $y = 3 - 4t$ . Определить скорость этой точки. Все величины выражены в единицах СИ.

|   |  |
|---|--|
| <p><u>Дано:</u><br/> <math>x=3t</math><br/> <math>y=3-4t</math><br/> <math>g=?</math></p> | <p style="text-align: center;"><u><b>Решение</b></u></p> <p>Для сравнения возьмем кинематические уравнения для координат в полной форме: <math>\begin{cases} x = x_0 + g_x t \\ y = y_0 + g_y t \end{cases} \begin{cases} x = 3t \\ y = 3 - 4t \end{cases}</math>.</p> <p>Находим <math>g_x = 3\left(\frac{m}{c}\right)</math>, <math>g_y = -4\left(\frac{m}{c}\right)</math>, учитывая, что <math>g = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}</math> находим <math>g = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5\left(\frac{m}{c}\right)</math>.</p> <p style="text-align: right;"><i>Ответ:</i></p> <p><math>g = 5\frac{m}{c}</math>.</p> |
|---|--|

**30.** Уравнения координат материальной точки имеет вид:  $x=t-1$  и  $y=2+t$ . Напишите уравнения траектории этой точки.

**31.** Уравнения координат материальной точки  $x=6-2t+t^2$ . Найти координату, в которой точка остановится. Все величины выражены в единицах СИ.

|  |   |
|--|---|
| <p><u>Дано:</u><br/> <math>x=6-2t+t^2</math><br/> <math>g_1=0</math></p> | <p style="text-align: center;"><u><b>Решение</b></u></p> <p>Сравним уравнения координаты равноускоренного движения в общем виде с нашим уравнением</p> $x = x_0 + g_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$ $x = 6 - 2t + t^2$ <p>Из сравнения находим:</p> $x_0 = 6; \quad g_{0x} = -2\left(\frac{m}{c}\right); \quad a_x = 2\left(\frac{m}{c^2}\right).$ <p>Запишем уравнения скорости в общем виде <math>g_x = g_{0x} + a_x t</math>; <math>g_1 = g_x = 0</math>; <math>-2 + 2t = 0</math> отсюда <math>t_1 = 1c</math>. Подставив это значение в общее уравнение найдем координату <math>x_1</math></p> $x_1 = 6 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1^2 = 6(m).$ <p style="text-align: right;"><i>Ответ:</i> <math>x_1 = 6m</math>.</p> |
|--|---|

32. Материальная точка переместилась с постоянной скоростью по прямой из точки 1 с координатами  $x_1=5$  см,  $y_1=4$  см в точку 2 с координатами  $x_2=12$  см,  $y_2=10$  см за 5 с. Какой угол образует скорость точки с осью  $X$ ? Чему равен модуль скорости?

33. Уравнение движения материальной точки  $x=3+t^2+6t$ . Найти скорость точки через 6 секунд, а также среднюю скорость движения за это время.

34. Две материальные точки движутся согласно уравнениям  $\begin{cases} x_1 = 1 - 2t + 3t^2 \\ x_2 = 4 + 3t + 2t^2 \end{cases}$ . Через какое время, считая от начало отсчета, их скорости станут одинаковы и каковы будут координаты точек в этот момент? Все единицы измерения даны в СИ.

|   |   |
|---|---|
| <p><u>Дано:</u></p> $x_1 = 1 - 2t + 3t^2$ $x_2 = 4 + 3t + 2t^2$ $g_1 = g_2$       | <p><u>Решение</u></p> <p>Сравним наши уравнения с уравнением равноускоренного движения в общем виде</p> $x = x_0 + g_0 t + \frac{at^2}{2}$ <p>из сравнения находим</p> $x_{01} = 1(\text{м}) \quad g_{01} = -2\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right) \quad a_1 = 6\left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)$ $x_{02} = 4(\text{м}) \quad g_{02} = 3\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right) \quad a_2 = 4\left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)$ <p>соответственно <math>\begin{cases} g_1 = -2 + 6t \\ g_2 = 3 + 4t \end{cases}</math></p> <p>приравняв, получим</p> $-2 + 6t = 3 + 4t \quad 2t = 5 \quad t = 2,5 (\text{с})$ $x_1 = 1 - 2 \cdot 2,5 + 3 \cdot 2,5^2 = 14,75 (\text{м})$ $x_2 = 4 + 3 \cdot 2,5 + 2 \cdot 2,5^2 = 24 (\text{м})$ <p style="text-align: right;"><i>Ответ:</i> <math>t = 2,5 \text{ с}</math>, <math>x_1 = 14,75 \text{ м}</math>, <math>x_2 = 24 \text{ м}</math>.</p> |
| <p><math>t - ?</math></p> <p><math>x_1 - ?</math></p> <p><math>x_2 - ?</math></p> |   |

35. Две точки движутся согласно уравнениям  $x_1 = 2 + 3t + 4t^2$   $x_2 = 3 + 5t + 2t^2$ . Через какое время от начало отсчета, их скорости

станут одинаковы и каковы будут координаты точек в этот момент?  
Все единицы измерения даны в СИ.

36. Две материальные точки движутся согласно уравнениям  $\begin{cases} x_1 = 2 + 5t - 2t^2 \\ x_2 = 4 + 3t - 2t^2 \end{cases}$  в плоскости  $XOY$ . Через какое время от начала отсчета, их координаты станут равными?

37. Уравнение движения материальной точки  $x = 5t + 3t^2 + 2$ . Найти среднюю скорость за первые четыре секунды движения.

38. Уравнения движения материальной точки имеет вид:  $\begin{cases} 8 = 2t - y \\ x = 2t \end{cases}$ . Найти геометрическую форму траектории, модуль перемещения за 3 секунды, скорости по осям координат, скорость движения. Все единицы измерения заданы в СИ (метры и секунды).

39. Материальная точка движется в плоскости  $XOY$  согласно следующим кинематическим уравнениям:  $\begin{cases} x = t + 2 \\ y = 3 - t \end{cases}$ . Определить проекции скорости по осям, скорость движения, траекторию и перемещение за 10 с.

40. Материальная точка движется в плоскости  $XOY$  согласно следующим кинематическим уравнениям:  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t + 3 \end{cases}$ . Определить проекции скорости по осям, скорость движения, траекторию и перемещение за 8 с.

41. Материальная точка движется в плоскости  $XOY$  согласно уравнениям:  $\begin{cases} x = 2t \\ y = -8t^2 + 1 \end{cases}$ . Определить форму траектории и перемещение через 3 с.

42. Уравнение движения материальной точки  $x = 10 - 4t + 2t^2$  (м). Найти координату, в которой скорость точки становится равной нулю.

|  |  |
|--|--|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>x = 10 - 4t + 2t^2</math><br/> <math>\mathcal{V} = 0</math></p> | <p><b><u>Решение</u></b></p> <p>Нам дано уравнение типа <math>x = x_0 + \mathcal{V}_0 t + \frac{at^2}{2}</math>.</p> <p>Сравнивая эти уравнения координаты, делаем вывод, что начальная скорость <math>\mathcal{V}_0 = -4 \text{ м/с}</math> и ускорение <math>a = 4 \text{ м/с}^2</math>. Уравнение скорости равноускоренного движения <math>\mathcal{V} = \mathcal{V}_0 + at</math>. Следовательно, в нашем случае уравнение скорости будет <math>\mathcal{V} = -4 + 4t</math>.</p> <p>Скорость обратится в нуль через время, которое найдем из равенства: <math>0 = -4 + 4t_1</math>, <math>t_1 = 1 \text{ с}</math>.</p> <p>Подставив это значение времени в данное нам уравнение, найдем координату <math>x_1</math>, в которой скорость станет равной нулю: <math>x_1 = 10 - 4 \cdot 1 + 2 \cdot 1^2 = 8 \text{ м}</math>.</p> <p style="text-align: right;"><i>Ответ: <math>x_1 = 8 \text{ м}</math>.</i></p> |
| <p><math>x_1 - ?</math></p>  |  |

43. Материальная точка движется согласно следующему уравнению:  $x = 3 + 2t + t^2$  (м). Определить скорость и перемещение за 5 с.

44. Материальная точка движется согласно следующему уравнению движения  $x = 4 + 2t + 3t^2$ . Определить скорость и перемещение через 10 с от начало движения.

45. Две точки движутся согласно следующим уравнениям параллельно друг другу  $\begin{cases} x_1 = 6 + 3t + 2t^2 \\ x_2 = 7 + 2t + 3t^2 \end{cases}$ . Через какой промежуток времени их скорости сравняются. Какой путь они преодолеют к этому времени? Все единицы в системе СИ.

46. Уравнение движения материальной точки  $x = 4 + 2t + t^2$  (м). Найти среднюю скорость точки за вторую секунду.

Дано:

$$x = 4 + 2t + t^2$$

$$t_2 = 1c$$

$$g_{cp} - ?$$

Решение

Среднюю скорость за вторую секунду найдем, разделив путь  $S_2$  за вторую секунду на время

$$t_2 = 1c: g_{cp} = \frac{S_2}{t_2}.$$

Путь за вторую секунду найдем, отняв от пути  $S$  за  $t=2c$  путь  $S_1$  за первую секунду

$$t_1 = t_2 = 1c: S_2 = S - S_1, \quad \text{где} \quad S = g_0 t + \frac{at^2}{2} \quad \text{и}$$

$$S_1 = g_0 t_1 + \frac{at_1^2}{2}, \quad \text{поэтому}$$

$$S_2 = g_0 t + \frac{at^2}{2} - g_0 t_1 + \frac{at_1^2}{2} = g_0 (t - t_1) + \frac{a}{2} (t^2 - t_1^2).$$

Сравнив данное нам в условии задачи уравнение с общим уравнением координаты равноускоренного движения

$$x = x_0 + g_0 t + \frac{at^2}{2}, \quad \text{сделаем вывод, что}$$

начальная скорость  $g_0 = 2m/c$  и ускорение  $a = 2m/c^2$ .

$$\text{Тогда } S_2 = 2(2-1) + \frac{2}{2}(4-1) = 5m.$$

$$\text{Следовательно, } g_{cp} = \frac{S_2}{t_2} = \frac{5}{1} = 5m/c.$$

Ответ:  $g_{cp} = 5m/c$ .

47. Две автомашины движутся по дороге с постоянными скоростями 20 м/с и 30 м/с. Начальное расстояние между машинами равно 2км. За какое время вторая машина догонит первую?

48. Одну треть времени автомобиль двигался со скоростью 72 км/ч, вторую треть со скоростью 54 км/ч, а остальное время стоял. Определить среднюю скорость движения автомобиля.

49. Половину пути самолет пролетел со скоростью 200 м/с, а остальной путь со скоростью 240 м/с. Определить среднюю скорость самолета.

50. Из пункта А со скоростью 36 км/ч выезжает автомашина. Спустя полчаса за ней выезжает другая автомашина. С какой скоростью двигалась вторая автомашина, если она догнала первую спустя 1,5 часа после начала своего движения?

51. Две точки движутся по оси Х с постоянной скоростью 2 м/с в противоположных направлениях. В некоторый момент времени расстояние между ними 16 м. Определить минимальное расстояние между ними через 6 с.

52. Сколько времени пассажир сидящий у окна поезда который идет со скоростью 72 км/ч будет видеть проходящий мимо него поезд скорость которого 54 км/ч, а длина 1200м?

53. Мимо остановки по прямой улице с постоянной скоростью проезжает грузовик. Через 5 с от остановки вдогонку грузовику отъезжает мотоциклист, движущийся с ускорением 3 м/с<sup>2</sup> и догоняет грузовик на расстоянии 150 м от остановки. Чему равна скорость грузовика?

|   |   |
|---|---|
| <p><i>Дано:</i></p> $a = 3 \frac{м}{с^2}$ $S = 150 м$ $t = 5 с$ $g = ?$ | <p style="text-align: center;"><b><u>Решение</u></b></p> <p><math>s = g(t + 5)</math>, где <math>t</math> – время прошедшее с момента выезда мотоциклиста до того момента, когда он догнал грузовик. С другой стороны <math>s = \frac{at^2}{2}</math> отсюда</p> $t = \sqrt{\frac{2s}{a}} \Rightarrow 10 с. \quad g = \frac{s}{10 + 5} = \frac{150}{15} = 10 \frac{м}{с}.$ <p style="text-align: right;"><i>Ответ: <math>g = 10 м/с.</math></i></p> |
|---|---|

54. Мимо станции по прямой с постоянной скоростью проследовал поезд. Через 2,5 с от станции по дороге параллельной железной дороге отъехал легковой автомобиль с ускорением 2 м/с<sup>2</sup>, который догнал поезд через 100 м. С какой скоростью шел поезд?

55. Автомобиль прошел за 2 минуты расстояние 4 км. Какое расстояние он пройдет за 0,5 ч? Движение в обоих случаях равномерное и прямолинейное.

|  |   |   |
|--|---|---|
| Дано:<br>$t_1=2\text{мин}$<br>$t_2=0,5\text{ч}$<br>$S_1=4\text{км}$<br>$S_2-?$ | СИ<br>$120\text{с}$<br>$1800\text{с}$<br>$4000\text{м}$ | <p style="text-align: center;"><u><b>Решение</b></u></p> <p>Поскольку автомобиль двигался равномерно и прямолинейно, значит, его скорость на всем пути была одна и та же. Обозначим ее <math>\mathcal{V}</math>. Запишем формулу этой скорости применительно к расстоянию <math>S_1</math> и расстоянию <math>S_2</math>: <math>\mathcal{V} = \frac{S_1}{t_1}</math> и <math>\mathcal{V} = \frac{S_2}{t_2}</math>.</p> <p>Если теперь приравнять правые части этих равенств, то мы исключим неизвестную нам скорость из решения и получим одно уравнение с одной неизвестной и искомой величиной – расстоянием <math>S_2</math>, которое и определим из полученного уравнения:</p> $\frac{S_1}{t_1} = \frac{S_2}{t_2}, \text{ откуда } S_2 = S_1 \frac{t_2}{t_1}.$ $S_2 = 4000 \frac{1800}{120} = 60000 \text{ м} = 6 \cdot 10^4 \text{ м} = 60 \text{ км}$ <p style="text-align: right;"><i>Ответ:</i> <math>S_2 = 60 \text{ км}</math>.</p> |
|--|---|---|

56. Мотоциклист проходит некоторое расстояние в 3 раза быстрее, чем велосипедист. Насколько скорость мотоциклиста больше скорости велосипедиста, если скорость велосипедиста равна 8 м/с.

|  |   |
|--|---|
| Дано:<br>$t_2=3t_1$<br>$\mathcal{V}_2=8\text{м/с}$<br>$\Delta \mathcal{V}-?$ | <p style="text-align: center;"><u><b>Решение</b></u></p> <p>Поскольку скорость мотоциклиста <math>\mathcal{V}_1</math> на <math>\Delta \mathcal{V}</math> больше скорости велосипедиста <math>\mathcal{V}_2</math>, значит, мы можем записать так: <math>\Delta \mathcal{V} = \mathcal{V}_1 - \mathcal{V}_2</math>. (1)</p> <p>Путь <math>S</math>, пройденный мотоциклистом и велосипедистом, один и тот же, поэтому согласно уравнению равномерного движения <math>S = \mathcal{V}_1 t_1</math> и <math>S = \mathcal{V}_2 t_2</math>, поэтому <math>\mathcal{V}_1 t_1 = \mathcal{V}_2 t_2</math>, откуда</p> $\mathcal{V}_1 = \mathcal{V}_2 \frac{t_2}{t_1}. \quad (2)$ |
|--|---|

Подставим правую часть равенства (2) вместо  $g_1$  в формулу (1) и упростим полученное выражение:

$$\Delta g = g_2 \frac{t_2}{t_1} - g_2 \quad \text{или} \quad \Delta g = g_2 \left( \frac{t_2}{t_1} - 1 \right).$$

Произведем вычисления:  $\Delta g = 8(3 - 1) = 16 \text{ м/с}$ .

*Ответ:*  $\Delta g = 16 \text{ м/с}$ .

**57.** По двум параллельным путям равномерно движутся два поезда: товарный длина которого 600 м и скорость 54 км/ч и пассажирский, длина которого 150 м со скоростью 90 км/ч. Какова относительная скорость движения поездов, если они движутся а) в одном направлении; б) в противоположных направлениях? В течение какого времени поезда проходят друг против друга в обоих случаях?

**58.** Из пунктов  $A$  и  $B$  расстояние между которыми равно  $S_{AB}$ , одновременно навстречу друг другу начали двигаться два тела: первое со скоростью  $g_1$ , второе со скоростью  $g_2$ . Определить время и место их встречи. Решить задачу аналитически и графически.

**59.** За первую секунду равноускоренного движения тело проходит путь 2 м, а за вторую 4 м. Определить модуль скорости тела к концу четвертой секунды.

**60.** За пятую секунду прямолинейного равнозамедленного движения тело проходит путь 5 м и останавливается. Какой путь проходит тело за четвертую секунду этого движения?

**61.** Капли дождя падают под углом  $45^\circ$  к вертикали. Скорость ветра равна 20 м/с. После ослабления ветра капли стали падать под углом  $30^\circ$  к вертикали. Какой стала скорость ветра?

*Дано:*

$$g_{21} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\alpha_1 = 45^\circ$$

$$\alpha_2 = 30^\circ$$

**Решение**

Обозначим вертикальную составляющую ветра через  $g_v$ . Ветер дующий горизонтально ее не меняет поэтому в обоих случаях она одинакова

|  |  |
|--|--|
| $\mathcal{G}_{22} - ?$   | $\frac{\mathcal{G}_{21}}{\mathcal{G}_6} = \operatorname{tg} \alpha_1 \quad \frac{\mathcal{G}_{22}}{\mathcal{G}_6} = \operatorname{tg} \alpha_2 \quad \frac{\mathcal{G}_{21}}{\mathcal{G}_6} = \operatorname{tg} 45^\circ = 1 \text{ отсюда}$ |
| $\mathcal{G}_6 = \mathcal{G}_{21} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  |  |
| $\mathcal{G}_{22} = \mathcal{G}_6 \operatorname{tg} \alpha_2 = \mathcal{G}_{21} \operatorname{tg} 30^\circ \Rightarrow 20 \cdot 0,58 \approx 11,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ |  |
| <i>Ответ:</i> $\mathcal{G}_{22} = 11,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .  |  |

62. Два автомобиля движутся в одну сторону по прямой шоссе в одну сторону. Первый со скоростью  $\bar{\mathcal{G}}$ , а второй со скоростью  $1,5\bar{\mathcal{G}}$ . Чему равна скорость второго автомобиля относительно первого?

63. Из пункта  $A$  в пункт  $B$  с интервалом  $t=15$  мин вышли две электрички со скоростями движения  $\mathcal{G}=36$  км/ч. С какой скоростью  $\mathcal{G}_1$  двигался поезд идущий из пункта  $B$  в пункт  $A$ , если он повстречал эти электропоезда через промежуток времени  $t_1=5$  мин один после другого?

**Решение**

Расстояние между движущимися электричками  $s = \mathcal{G}t$ , с другой стороны  $s = \mathcal{G}t_1 + \mathcal{G}_1 t_1 = t_1(\mathcal{G} + \mathcal{G}_1)$ , отсюда  $\mathcal{G} = \mathcal{G}_1 + \mathcal{G}_1 t_1$ .

$$\mathcal{G}_1 = \frac{\mathcal{G}(t - t_1)}{t_1} \Rightarrow \frac{10(900 - 300)}{300} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

*Ответ:*  $\mathcal{G}_1 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

64. Поезд длиной 300 м въезжает в тоннель длиной 450 м двигаясь равномерно со скоростью 15 м/с. Через какое время он полностью выедет из тоннеля?

65. При равноускоренном прямолинейном движении скорость катера увеличилась за 8 с от 10 м/с до 16 м/с. Какой путь прошел катер за это время?

66. Поезд движущийся со скоростью 108 км/ч совершил экстренное торможение после нажатия стоп крана за 6 секунд. Каким было ускорение поезда и его тормозной путь?

67. Автомобиль через 20 с от начало движения приобретает скорость 1,8 км/ч. Через сколько времени от начало движения его скорость станет равна 2 м/с? Ускорение постоянно.

68. Автомобиль прошел путь 10 км за 6 минут с ускорением  $0,1 \text{ м/с}^2$ . Чему равны начальная и конечная скорости автомобиля?

|  |   |  |
|--|---|--|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>t=6 \text{ мин}</math><br/> <math>a=0,1 \text{ м/с}^2</math><br/> <math>S_I=10 \text{ км}</math></p>                  | <p><i>СИ</i><br/> <math>360 \text{ с}</math><br/> <math>10^4 \text{ м}</math></p> | <p><u><b>Решение</b></u><br/>         Применим формулу пути равноускоренного движения, причем полностью, ведь здесь <math>\mathcal{G}_0 \neq 0</math>.</p> |
| <p><math>\mathcal{G}_0 - ?</math><br/> <math>\mathcal{G} - ?</math></p>  |   | $S = \mathcal{G}_0 t + \frac{at^2}{2}.$  |
| <p>Из этой формулы мы найдем начальную скорость:</p>   |   |  |
| $\mathcal{G}_0 t = S - \frac{at^2}{2}, \quad \mathcal{G}_0 = \frac{S}{t} - \frac{at}{2}, \quad \mathcal{G}_0 = \frac{S}{t} - \frac{at}{2}.$      |   |  |
| <p>Теперь, когда начальная скорость известна, конечную скорость мы легко определим по формуле <math>\mathcal{G} = \mathcal{G}_0 + at</math>.</p> |   |  |
| <p>Выполним вычисления:</p>  |   |  |
| $\mathcal{G}_0 = \left( \frac{10^4}{360} - \frac{0,1 \cdot 360}{2} \right) = 10 \text{ м/с},$  |   |  |
| $\mathcal{G} = (10 + 0,1 \cdot 360) = 46 \text{ м/с}.$   |   |  |
| <p><i>Ответ:</i> <math>\mathcal{G}_0 = 10 \text{ м/с}, \quad \mathcal{G} = 46 \text{ м/с}.</math></p>  |   |  |

69. Наблюдения показали, что скаковая лошадь достигает наибольшей скорости 15 м/с после того, как она, приняв старт, разгонится на протяжении 30 м. Считая, что лошадь скачет с постоянным ускорением, найдите ее ускорение.

70. Равномерно движущийся автомобиль начал набирать скорость и прошел за первые две секунды 20 м, а за последующие 2

секунды 50 метров. Определить ускорение и начальную скорость автомобиля.

|  |   |
|--|---|
| <p><u>Дано:</u><br/> <math>t_1=t_2=t=2c</math><br/> <math>s_1=20m</math><br/> <math>s_2=50m</math></p> | <p><u>Решение</u></p>   |
| <p><math>g_0 - ?</math><br/> <math>a - ?</math></p>  | <p>Путь пройденный за первые 2 с <math>s_1 = g_0 t + \frac{at^2}{2}</math> скорость<br/>         тела через 2 с <math>g_0' = g_0 + at</math>. Путь пройденный через<br/>         последующие 2 с</p> $s_2 = g_0' t + \frac{at^2}{2} = g_0 t + at^2 + \frac{at^2}{2} = g_0 t + \frac{3}{2} at^2$ $s_2 - s_1 = at^2, \text{ отсюда } a = \frac{s_2 - s_1}{t^2}$ $a = \frac{50 - 20}{4} = \frac{30}{4} = 7,5 \frac{m}{c^2}$ $g_0 = \frac{2s_1 - at^2}{2t} = \frac{2 \cdot 20 - 7,5 \cdot 4}{2 \cdot 2} = \frac{10}{4} = 2,5 \frac{m}{c}$ <p style="text-align: right;"><i>Ответ:</i> <math>a = 7,5 \frac{m}{c^2}; g_0 = 2,5 \frac{m}{c}</math></p> |

71. Путь, пройденный материальной точкой при ее равномерном движении по окружности, изменяется с течением времени по закону  $S=6,28t$ . Найти частоту оборотов точки, если радиус окружности 10 см.

72. Конец минутной стрелки часов на Спасской башне Кремля за 1 минуту прошел путь 0,4 м. Определить длину минутной стрелки кремлевских часов (рис. 4).

|  |  |   |
|--|--|---|
| <p><u>Дано:</u><br/> <math>t=1мин</math><br/> <math>S=0,4m</math><br/> <math>T=1ч</math></p> | <p><i>СИ</i><br/> <math>60c</math><br/> <math>3600c</math></p> | <p><u>Решение</u></p>   |
|  |  | <p>Период вращения минутной стрелки кремлевских часов равен 3600с. За время 1мин минутная</p> |

$l - ?$

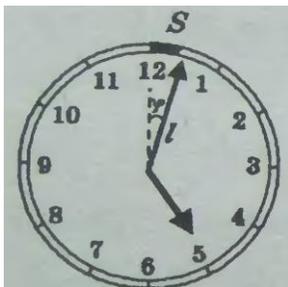


Рис. 4.

стрелка повернется на угол

$$\varphi = \omega t = \frac{2\pi}{T} t.$$

Угол  $\varphi$ , как центральный угол, может быть определен отношением пути  $S$  к длине

$$\text{стрелки } l: \varphi = \frac{S}{l}.$$

Приравняв правые части этих выражений, мы определим из полученного равенства искомую длину стрелки:

$$\frac{2\pi}{T} t = \frac{S}{l}, \text{ откуда } l = \frac{ST}{2\pi}.$$

Подставим числа и вычислим  $l$ :

$$l = \frac{0,4 \cdot 3600}{2 \cdot 3,14 \cdot 60} = 3,8 \text{ м.}$$

Ответ:  $l = 3,8 \text{ м.}$

73. Моховое колесо вращаясь равноускоренно увеличило за 4 с частоту вращения  $10 \text{ с}^{-1}$  до  $25 \text{ с}^{-1}$ . Чему равно угловое ускорение колеса и число оборотов сделанных за это время.

74. Частота вращения винта самолета 1800 об/мин. Какой путь пролетит самолет двигаясь прямолинейно и равномерно за время, в течение которого винт сделал  $5 \cdot 10^4$  оборотов при скорости самолета 270 км/ч.

|   |   |   |
|---|---|---|
| Дано:   | СИ                                      | <u>Решение</u><br>Путь равномерного движения самолета можно определить по формуле $S = \mathcal{V}t$ , (1)<br>где $t$ - время за которое винт самолета сделает $N$ оборотов.<br>Это время можно найти, воспользовавшись формулой частоты, |
| $v = 1800 \frac{\text{об}}{\text{мин}}$<br>$N = 5 \cdot 10^4$<br>$\mathcal{V} = 270 \text{ км/ч}$ | $30 \text{ с}^{-1}$<br>$75 \text{ м/с}$ |   |
| $S - ?$   |   |   |

поскольку частота вращения винта и число полных оборотов нам известны:  $\nu = \frac{N}{t}$ ,

$$\text{откуда } t = \frac{N}{\nu}. \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), мы решим задачу в общем виде:  $S = g \frac{N}{\nu}$ .

Вычислим путь:

$$S = 75 \frac{5 \cdot 10^4}{30} = 125000 = 125 \text{ км.}$$

*Ответ:  $S=125 \text{ км.}$*

75. При увеличении в 4 раза радиуса круговой орбиты искусственного спутника Земли его период увеличивается 8 раз. Во сколько раз изменится скорость спутника на орбите и его центростремительное ускорение.

*Дано:*

$$\mathbf{R_2=4R_1}$$

$$\mathbf{T_2=8T_1}$$

**Решение**

Линейная скорость, радиус и период спутника до и после их изменения могут быть определены выражениями

$$\frac{g_2}{g_1} - ?$$

$$g_1 = \frac{2\pi R_1}{T_1} \quad (1) \quad \text{и} \quad g_2 = \frac{2\pi R_2}{T_2} \quad (2).$$

$$\frac{a_{y2}}{a_{y1}} - ?$$

Если разделить (2) на (1) и заменить в полученном выражении  $R_2$  на  $4R_1$  и  $T_2$  на  $8T_1$ , то мы получим искомое соотношение скоростей:

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{2\pi R_2 \cdot T_1}{T_2 \cdot 2\pi R_1} = \frac{R_2 T_1}{T_2 R_1} = \frac{4R_1 T_1}{8R_1 T_1} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

Следовательно, линейная скорость спутника уменьшится в два раза.

Центростремительное ускорение спутника связано с его линейной скоростью и радиусом орбиты до и после ее изменения выражениями:

$$a_{y1} = \frac{g_1^2}{R_1} \quad (3) \quad \text{и} \quad a_{y2} = \frac{g_2^2}{R_2} \quad (4).$$

Разделив (4) на (3), мы ответим на второй вопрос задачи:

$$\frac{a_{y2}}{a_{y1}} = \frac{g_2^2 \cdot R_1}{R_2 \cdot g_1^2} = \frac{R_1}{4R_1} \left( \frac{g_2}{g_1} \right)^2 \quad \text{или, с учетом того, что}$$

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{1}{2}, \quad \frac{a_{y2}}{a_{y1}} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{16}.$$

Следовательно, центростремительное ускорение уменьшится в 16 раз.

$$\text{Ответ: } \frac{g_2}{g_1} = \frac{1}{2}, \quad \frac{a_{y2}}{a_{y1}} = \frac{1}{16}.$$

### Движение тела с вертикальным ускорением

76. Камень брошен вертикально вверх с начальной скоростью 30 м/с. Найти высоту максимального подъема и время движения до падения на Землю.

77. Пуля выпущена вертикально вверх с начальной скоростью 600 м/с. На какой высоте она будет через 1,5 с? Какова средняя скорость полета пули на 4 секунде?

78. Снаряд запущен со скоростью 400 м/с. Какой максимальной высоты он достигнет? На какой высоте он будет находиться на 5 с, 8 с и 12 секундах полета?

79. Тело свободно падает с высоты 80 м. Каково его перемещение в последнюю секунду падения?

Дано:

$$\tau = 1 \text{ с}$$

$$h = 80 \text{ м}$$

$l = ?$

Решение

$$h = \frac{gt^2}{2}; \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}; \quad g_0 = g(t - \tau) = g \left( \sqrt{\frac{2h}{g}} - \tau \right) = \sqrt{2gh} - g\tau.$$

$$l = g_0\tau + \frac{gt^2}{2} = \sqrt{2gh}\tau - \frac{g\tau^2}{2} = \tau \left( \sqrt{2gh} - \frac{g\tau}{2} \right).$$

$$l = 1 \left( \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 80} - \frac{9,8 \cdot 1}{2} \right) \approx 35 \text{ м.}$$

Ответ:  $l \approx 35 \text{ м.}$

80. Футболист ударом ноги отправил мяч вертикально вверх со скоростью 35 м/с. Определить высоту подъема мяча исходя из того, что на преодоление сопротивления воздуха тратится 55% кинетической энергии мяча.

81. Один камень кинули вертикально вверх со скоростью 25 м/с. Через секунду кинули другой камень со скоростью 30 м/с. На какой высоте и в какую секунду полета движение камней сравняется?

82. Электросварщик уронил остаток сгоревшего электрода, который в момент удара о Землю имел скорость 28 м/с. На какой высоте работает электросварщик?

|  |  |
|--|--|
| <p>Дано:<br/><math>g = 28 \text{ м/с}</math></p> | <p style="text-align: center;"><b><u>Решение</u></b></p> <p>Начало системы координат совместим с электросварщиком, а ось направим вертикально вниз. Для определения высоты, с которой упал электрод, воспользуемся с формулой <math>g^2 = 2gh</math>. Из нее находим: <math>h = \frac{g^2}{2g}</math>, или <math>h = \frac{28^2}{2 \cdot 9,8} = 40 \text{ м.}</math></p> <p style="text-align: right;">Ответ: <math>h = 40 \text{ м.}</math></p> |
| <p><math>h - ?</math></p>                        |  |

83. Человек вращает камень, привязанный к шнуру длиной 0,6 м, в вертикальной плоскости с частотой  $4 \text{ с}^{-1}$ . На какую высоту взлетит камень, если шнур обрывается в тот момент, когда скорость камня направлено вертикально вверх. Сопротивление пренебречь.

84. С какой скоростью бросили мячик с высоты 60 м вниз, если на высоте 20 м он оказался через время 2 с? Сопротивлением воздуха при расчетах пренебречь. Ускорение свободного падения  $9,8 \text{ м/с}^2$ .

85. Сигнальная ракета запущена вертикально вверх, вспыхнула через 6 с после запуска в наивысшей точке своей

траектории. На какую высоту поднялась ракета. С какой начальной скоростью ее запустили.

|                               |  |
|-------------------------------|--|
| <i>Дано:</i><br>$t=6\text{с}$ | <p style="text-align: center;"><u><b>Решение</b></u></p> <p>Систему отсчета свяжем с поверхностью Земли, и ось координат направим вертикально вверх. Тогда уравнения движения ракеты в этой системе запишется:</p> $g = g_0 - gt \text{ и } h = g_0 t - \frac{gt^2}{2}.$ <p>В наивысшей точке траектории <math>g = 0</math>, следовательно, <math>g_0 - gt = 0</math>, <math>g_0 = gt</math>, или <math>g_0 = 9,8 \cdot 6 = 58,8 \text{ м/с}</math>.</p> <p>Высота подъема: <math>h = 58,8 \cdot 6 - 4,9 \cdot 36 = 176,4 \text{ м}</math>.</p> <p style="text-align: right;"><i>Ответ:</i> <math>g_0 = 58,8 \text{ м/с}</math>, <math>h = 176,4 \text{ м}</math>.</p> |
| $h - ?$<br>$g_0 - ?$          |  |

86. Найти центростремительное ускорение точек колеса автомобиля соприкасающихся с дорогой, если автомобиль движется со скоростью 72 км/ч и при этом частота вращения колеса  $8 \text{ с}^{-1}$ .

87. Мяч бросают с поверхности Земли вертикально вверх. С какой скоростью его бросили, если на высоте 40 м он оказался через 2 с. Через какое время мяч достигнет верхней точки?

88. Как далеко прыгнет лыжник с четырехметрового трамплина, если к моменту отрыва с трамплина он набрал скорость 40 м/с?

89. Какой путь пройдет свободно падающее тело за 6 секунду падения? Какова разница путей пройденных за третью и шестую секунду свободного падения?

90. Снаряд зенитной пушки выпущенный вертикально вверх со скоростью 750 м/с достиг цели через 5 с. На какой высоте находился самолет противника и какова скорость снаряда при достижении цели.

91. Тело бросили под углом к горизонту с начальной скоростью 25 м/с. В высшей точке подъема скорость тела равна 15 м/с. Сколько времени тело находилось в воздухе до падения на Землю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

|  |  |
|--|--|
| <p>Дано:</p> $g_0 = 25 \frac{м}{с}$ $g_h = 15 \frac{м}{с}$ <p><math>t - ?</math></p> | <p style="text-align: center;"><b><u>Решение</u></b></p> <p>Т.к. сопротивлением воздуха пренебрегаем траектория будет симметричной относительно оси проведенной перпендикулярно Земли через наивысшую точку подъема. Обозначим через <math>t_n</math> - время подъема, тогда общее время <math>t = 2t_n</math>. Начальная энергия движения тела</p> $\frac{m g_0^2}{2} = mgh + \frac{m g_n^2}{2} \quad \text{отсюда} \quad gh = \frac{g_0^2 - g_n^2}{2} \quad h = \frac{g_0^2 - g_n^2}{2g}$ <p>в то же время <math>h = \frac{g t_n^2}{2}</math> откуда</p> $t_n = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2(g_0^2 - g_n^2)}{2g^2}} = \frac{\sqrt{g_0^2 - g_n^2}}{g} \quad \text{тогда}$ $t = 2t_n = \frac{2 \cdot \sqrt{g_0^2 - g_n^2}}{g} = \frac{2 \cdot \sqrt{625 - 225}}{10} = 4 \text{ с.}$ <p style="text-align: right;"><i>Ответ: <math>t = 4 \text{ с.}</math></i></p> |
|--|--|

92. Какова должна быть протяженность затяжного прыжка без раскрытия парашюта, чтобы парашютист достиг сверхзвуковой скорости? Какова длительность такого полета? Скорость звука принять равной 340 м/с.

93. С высоты 1200 м падает тело без начальной скорости. Одновременно с высоты 1400 м падает другое тело с некоторой начальной скоростью. Оба тела достигают Земли в один и тот же момент времени. Найти начальную скорость второго тела. Сопротивлением воздуха пренебречь.

94. Тело, брошенное вертикально вверх с поверхности Земли, упало на Землю через 6 с. На какую максимальную высоту поднялось тело? Сопротивлением воздуха не учитывать.

95. Определите глубину колодца, если свободно падающий в нее камень достигает поверхности воды за 4 с. Какую скорость имеет камень в момент удара о поверхность воды?

|                                |  |
|--------------------------------|--|
| <p>Дано:</p> $t = 4 \text{ с}$ | <p style="text-align: center;"><b><u>Решение</u></b></p> <p>Систему отсчета свяжем с поверхностью Земли, и ось</p> |
|--------------------------------|--|

|   |  |
|---|--|
| $h - ?$   | координат направим ко дну колодца. Тогда расстояние, которое камень пролетит при свободном падении, равно: |
| $g - ?$   |  |
| $h = \frac{gt^2}{2}, \text{ или } h = \frac{9,8 \cdot 16^2}{2} = 78,4 \text{ м.}$         |  |
| <p>Скорость падающего тела <math>g = gt</math>. К исходу четвертой секунды она равна:</p> |  |
| $g = 9,8 \cdot 4 = 39,2 \text{ м/с.}$   |  |
| <p><i>Ответ: <math>h = 78,4 \text{ м}, g = 39,2 \text{ м/с.}</math></i></p>               |  |

**96.** Дальность полета тела брошенного в горизонтальном направлении со скоростью 20 м/с оказалась равной высоте бросания. С какой высоты брошено тело? Сопротивлением воздуха пренебречь.

**97.** Тело падает с нулевой начальной скоростью с высоты 60 м. Найти среднюю скорость падения на нижней половине пути, на всем пути.

**98.** Тело брошено под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью 30 м/с. В высшей точке подъема скорость тела равна 15 м/с. Определить максимальную высоту подъема, расстояние пройденное телом по горизонтали, а также общее время нахождения тела в воздухе.

**99.** Небольшой камень брошенный с ровной горизонтальной поверхности под углом к горизонту, упал через 3 с в 30 м от места броска. Чему равна минимальная скорость камня во время полета.

**100.** С поверхности Земли со скоростью 10 м/с брошено тело под некоторым углом к горизонту. Найти модуль его скорости на высоте 1,8 м. Ускорение свободного падения принять за  $10 \text{ м/с}^2$ .

## 1.2. ОСНОВЫ ДИНАМИКИ

Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Первый закон Ньютона утверждает, что существуют такие системы отсчета, где материальная точка сохраняет свое состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока

остается изолированной. Система отсчета, в которой материальная точка движется в отсутствие воздействия других тел по инерции, называется инерциальной системой отсчета.

Масса и плотность. Свойство тел воздействовать друг на друга с определенной силой определяется их характеристикой, называемой гравитационной массой.

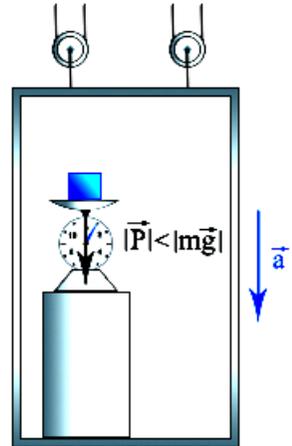
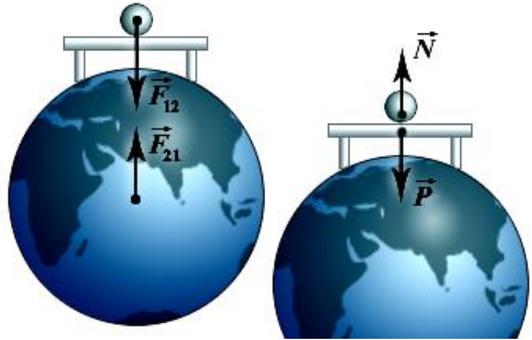
Свойство тел реагировать на любое воздействие, приобретая определенное ускорение, определяется инертной массой. Инертная и гравитационная массы эквивалентны, что позволяет не разделять их. Коэффициент пропорциональности  $\rho$  между массой и объемом тела называется плотностью вещества,

из которого сделано тело:  $\rho = \frac{m}{V}$ .

Второй закон Ньютона: если в инерциальной системе отсчета на материальную точку массой  $m$  оказывается воздействие со стороны других тел, характеризующееся равнодействующей силой  $\vec{F}$ , то эта материальная точка движется ускоренно. Направление ускорения  $\vec{a}$  совпадает с направлением равнодействующей силы  $\vec{F}$ , а модуль ускорения равен отношению модуля силы к массе материальной точки:

$$a = \frac{F}{m}.$$

Третий закон Ньютона. Каждая пара тел взаимодействует так, что сила воздействия одного тела на другое равна по модулю и направлена противоположно силе воздействия второго тела на первое, причем обе силы лежат на одной прямой. Эти силы приложены к разным телам  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ .



Закон всемирного тяготения – сила гравитационного притяжения любых двух материальных точек прямо пропорциональна произведению их масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:  $F_{\text{рав}} = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$ .

Сила тяжести. Для тел массой  $m$ , расположенных близко к поверхности Земли, установлено, что сила притяжения примерно равна:  $F_{\text{тяж}} = m \frac{GM_3}{R_3^2} = mg$ , где  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения.

Вес тела  $\vec{P}$  – это сила, с которой тело вследствие притяжения Земли давит на горизонтальную опору или растягивает вертикальный подвес. Если на чаше весов стоит гиря, то вес – это сила, действующая не на гирию, а на чашу весов. В системе отсчета, покоящейся относительно Земли, вес неподвижного тела и сила тяжести совпадают. Если весы движутся с ускорением, то вес может быть и больше, и меньше силы тяжести. Если тело не давит на опору или не натягивает подвес, то говорят, что тело находится в состоянии невесомости.

Силой упругости пропорциональна изменению длины  $x$  пружины или стержня:  $F_y = -kx$ , где коэффициент пропорциональности  $k$  – жесткость или упругость тела (стержня, пружины). Это соотношение называют законом Гука.

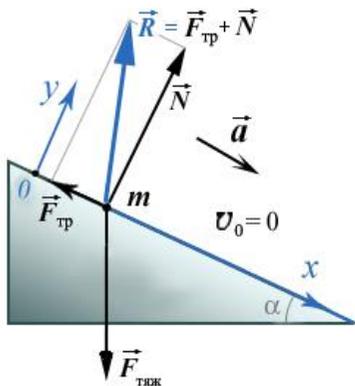
Сила трения, возникающая при соприкосновении тел между ними, равна  $\vec{F}_{\text{тр}} = \mu \vec{N}$  и направлена вдоль трущихся поверхностей. Здесь  $\vec{N}$  – сила нормальной реакции поверхности, направленная перпендикулярно этой поверхности. При скольжении модуль силы трения прямо пропорционален модулю силы нормальной реакции:  $F_{\text{тр}} = \mu N$ . Коэффициент пропорциональности  $\mu$  – коэффициент трения скольжения не зависит ни от площади соприкасающихся поверхностей, ни от скорости их относительного движения. Если скольжение не происходит, то максимально возможное значение силы трения покоя равно значению силы трения скольжения.

### 1.2.1. Динамика движения материальной точки

Задача расчета ускорения, скорости и координаты точки по известным силам, действующим на тело, называется прямой задачей динамики. При решении прямой задачи динамики рекомендуется придерживаться следующего плана:

1. Сделать чертеж, на котором надо изобразить все силы, действующие на тело, руководствуясь правилом: «сколько тел – столько сил». Изобразить векторы ускорений, если они заданы в условии задачи.
2. Выбрать тело отсчета и систему координат. Ориентация осей координат выбирается так, чтобы система уравнений выглядела наиболее просто. Для описания движения тела по прямой одну ось удобно направить вдоль этой прямой.
3. Записать второй закон Ньютона для рассматриваемого тела в векторном виде.
4. Переписать векторные уравнения Ньютона в проекциях на оси координат для получения алгебраической системы уравнений со скалярными величинами.
5. Полученную систему уравнений дополнить уравнениями, вытекающими из текста задачи. Это могут быть законы, описывающие силы (закон Гука, закон сухого трения), определения физических величин и т. д. Если число линейно независимых уравнений равно числу неизвестных в них, то эта система имеет единственное решение.
6. Решить систему скалярных уравнений и проанализировать результат по физическому смыслу.
7. Зная начальные условия (начальную скорость  $\mathcal{G}_{0x}$  и начальное положение  $\vec{r}_0 = (x_0, y_0)$ ), рассчитать координаты и скорость тела в произвольный момент времени  $t$ .
8. В полученный буквенный ответ подставить численные значения физических величин, предварительно переведя их в СИ.

Примеры решения задач: тело соскальзывает по наклонной плоскости; система связанных нерастяжимой нитью двух тел, одно из которых находится на гладкой наклонной плоскости.



$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{тяж}} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}};$$

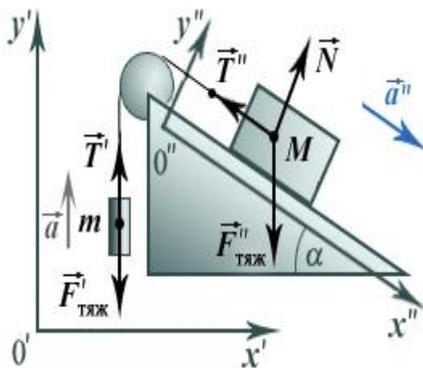
$$\begin{cases} ma_x = F_{\text{тяж}} \sin \alpha - F_{\text{тр}} \\ ma_y = -F_{\text{тяж}} \cos \alpha + N \\ F_{\text{тяж}} = mg \\ F_{\text{тр}} = \mu N \end{cases}$$

$$a_y = 0; \quad a_x = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha);$$

$$y(t) = 0;$$

$$x(t) = \frac{a_x t^2}{2};$$

$$v_x(t) = a_x t.$$



Для тела 1:

$$T' + F'_{\text{тяж}} = ma'.$$

На ось 0'Y':  $T' - mg = ma'$ .

Для тела 2:

$$T'' + F''_{\text{тяж}} + N = ma''.$$

На ось 0''X'':

$$-T'' + Mg \sin \alpha = Ma''.$$

На ось 0''Y'':

$$-Mg \cos \alpha + N = 0.$$

Так как  $T' = T''$  и  $a' = a''$ , то

$$a' = a'' = g \frac{M \sin \alpha - m}{M + m}.$$

Решение верно при  $Mg \sin \alpha > mg$ , в противном случае тело  $M$  поедет вверх.

## Динамика. Силы в природе.

101. В инерциальной системе отсчета сила  $\vec{F}$  сообщает телу массой  $m$  ускорение  $\vec{a}$ . Как надо изменить силу, чтобы она сообщала телу массой  $3m$  в этой системе отсчета ускорение  $\frac{\vec{a}}{6}$ ?

102. При падении тела массой 0,4 кг с высоты 72 м время падения оказалось равным 4 с. Определить силу сопротивления воздуха, считая ее постоянной.

103. Автомобиль массой  $5 \cdot 10^3$  кг трогается с места с ускорением  $0,6 \text{ м/с}^2$ . Какую силу тяги развивает его двигатель, если коэффициент сопротивления движению 0,04?

*Дано:*

$$m = 5 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$a = 0,6 \text{ м/с}^2$$

$$\mu = 0,04$$

$$F_T - ?$$

**Решение**

На автомобиль действуют силы: сила тяжести, реакция дороги, тяги двигателя и сопротивление движению. Ускорение направлено в сторону движения автомобиля. Запишем основное уравнение динамики в векторной форме:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_T + \vec{F}_c = m\vec{a}.$$

Перепишем его в проекциях на оси координат:

$$\text{На ось } OX: F_T - F_c = ma,$$

$$\text{На ось } OY: -mg + N = 0, \text{ или } N = mg.$$

Мы получили два уравнения с тремя неизвестными:  $F_T, F_c, N$ .

В качестве дополнительного используем уравнение  $F_c = \mu N$  и решим эту систему относительно  $F_T$ :

$$F_T = ma + F_c = ma + \mu N = ma + \mu mg = m(a + \mu g)$$

$$F_T = 4960 \text{ Н.}$$

$$\text{Ответ: } F_T = 4960 \text{ Н.}$$

104. Изучая дорожное происшествие, автоинспектор установил, что тормозной путь автомобиля на асфальтированной дороге равен 60 м. С какой скоростью двигался автомобиль, если коэффициент трения скольжения шин по асфальту равен 0,5?

105. Масса кабины скоростного лифта 2000 кг. Определите натяжение каната в начале подъема лифта, при его установившемся

равномерном движении и торможении согласно графику, приведенному на рисунке.

106. Поезд массой 500 т двигаясь равномерно в течение 1 мин уменьшает свою скорость от 40 км/ч до 28 км/ч. Найти силу торможения.

107. Две пружины равной длины, скрепленные одними концами, растягивают за свободные концы руками. Пружина жесткостью 200 Н/м удлинилась на 4 см. Определить жесткость второй пружины, если она удлинилась на 1 см?

108. Автобус массой 5 т трогается с места и на пути 120 м приобретает скорость 24 м/с. Определить коэффициент трения, если сила тяги двигателя автобуса 14 кН.

109. На горизонтальной дороге автомобиль делает поворот радиусом 16 м. Какова наибольшая величина скорости, которую может развивать автомобиль, чтобы его не занесло, если коэффициент трения скольжения колес о дорогу 0,4?

Дано:

$$R=16\text{ м}$$

$$k=0,4$$

$$g=9,8\text{ м/с}^2$$

$g - ?$

### Решение

На автомобиль, совершающий поворот, действуют три силы: сила тяжести, сила реакции опоры и сила трения скольжения. Поскольку первые две уравновешены, то сила трения скольжения сонаправлена с центростремительным ускорением автомобиля, т.е. направлена по радиусу к центру кривизны траектории автомобиля (рис. 5).

По второму закону Ньютона, записанному в векторном виде,  $m\vec{a}_u = m\vec{g} + \vec{F}_N + \vec{F}_{Tp}$ , а для модулей сил:  $ma_u = F_{Tp}$ . (1)

$$\text{Сила трения скольжения } F_{Tp} = kF_N = kmg.$$

Центростремительное ускорение связано с линейной скоростью автомобиля соотношением

$$a_u = \frac{v^2}{R}.$$

Подставим правые части этих последних

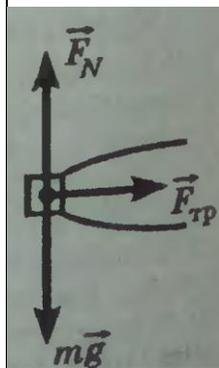


Рис. 5.

выражений в формулу (1):  $m \frac{g^2}{R} = kmg$ ,  $\frac{g^2}{R} = kg$ .

Отсюда  $g = \sqrt{k g R}$ .

Подставим числа и произведем вычисления:

$$g = \sqrt{0,4 \cdot 9,8 \cdot 16} = 7,9 \text{ м/с}$$

Ответ:  $g = 7,9 \text{ м/с}$ .

110. Радиус планеты в 2 раза больше радиуса Земли, а плотность в 3 раза меньше. Определить ускорение свободного падения на этой планете.

111. Пустой грузовик при массе 5 т начинает движение с ускорением 0,4 м/с. Грузенный он начинает движение с ускорением 0,15 м/с при той же силе тяги. Какова масса груза?

112. Груз массой 100 кг равноускоренно поднимается с помощью каната вертикально вверх за 2 мин на высоту 20 м. Определите силу натяжения каната.

113. Автомобиль, масса которого 2160 кг начинает двигаться с ускорением, которое в течение 30 с остается постоянным. За это время он проходит 500 м. Какова по модулю сила, действующая в течение этого времени на автомобиль?

114. Мальчик массой 50 кг, скатившись на санках с горки, проехал по горизонтальной дороге до остановки путь 20 м за 10 с. Найти коэффициент трения и силу трения.

|   |  |
|---|--|
| <b>Дано:</b><br>$t=10\text{с}$<br>$m=50\text{кг}$<br>$s=20\text{м}$ | <b><u>Решение</u></b><br>$ma = \mu mg$ , $a = mg$ .<br>$s = \frac{at^2}{2} = \frac{\mu g t^2}{2}$ ; $\mu = \frac{2s}{g t^2} = \frac{2 \cdot 20}{10 \cdot 10^2} = 0,04$ .<br>$F_{Тр} = \mu mg = 0,04 \cdot 50 \cdot 10 = 20 \text{ Н}$ .<br><p style="text-align: right;">Ответ: <math>\mu = 0,04</math>, <math>F_{Тр} = 20 \text{ Н}</math>.</p> |
|---|--|

115. Автомобиль массой 1020 кг двигаясь равнозамедленно остановился через 5 с пройдя путь 25 м. Найти начальную скорость автомобиля и силу торможения.

116. Два мальчика растягивают резиновый жгут, прикрепив к его концам динамометры. Когда жгут удлинился на 2

см, динамометры показывали силы 20 Н каждый. Какова жесткость жгута. Что показывают динамометры при растяжении жгута на 6 см?

117. С какой скоростью двигался поезд массой 1500 т если под действием тормозящей силы 150 кН он прошел с момента начала торможения до остановки путь 500 м?

|  |   |   |
|--|---|---|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>m=1500\text{т}</math><br/> <math>F=150\text{ кН}</math><br/> <math>l=500\text{м}</math><br/> <math>g - ?</math></p> | <p><i>СИ</i><br/> <math>1,5 \cdot 10^6\text{ кг}</math><br/> <math>1,5 \cdot 10^5\text{ Н}</math></p> | <p style="text-align: center;"><u><b>Решение</b></u></p> $Fl = \frac{m g^2}{2}, \quad g = \sqrt{\frac{2Fl}{m}}$ $g = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,5 \cdot 10^5 \cdot 500}{1,5 \cdot 10^6}} = 10\text{ м/с.}$ <p style="text-align: right;"><i>Ответ: <math>g = 10\text{ м/с.}</math></i></p> |
|--|---|---|

118. Проекция скорости тела на направление движения меняется по закону  $g_x = 1,5t$ . Найти проекцию силы на это направление, если масса тела равна 2,2 кг.

119. Найти ускорение свободного падения на поверхности планеты радиусом 1800 км, если средняя плотность планеты равна  $4 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3$ .

120. К телу массой 2,5 кг приложены две силы направленные под углом  $90^\circ$  друг к другу, модули, которых соответственно равны 20 Н и 15 Н. Каково ускорение тела?

121. Масса поезда 2000 т. Коэффициент трения 0,04. Какова должна быть сила тяги локомотива, чтобы поезд набрал скорость 90 км/ч через 4 мин после начала движения?

122. На материальную точку действуют две одинаковые по модулю силы по 20 Н. Угол между ними равен  $60^\circ$ . Чему равна величина суммарной силы?

123. Тело массой 500 г двигаясь прямолинейно с некоторой начальной скоростью, за 4 с под действием силы 0,8 Н приобрело скорость 10 м/с. Найти начальную скорость тела.

|  |  |                          |                      |
|--|--|--------------------------|----------------------|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}</math></p> | <p style="text-align: center;"><u><b>Решение</b></u></p> |                          |                      |
|  | $g = g_0 + at$   | $g = g_0 + \frac{F}{m}t$ | $g_0 m = g_0 m + Ft$ |

|                                      |   |
|--------------------------------------|---|
| $t = 4c$<br>$m = 500g$<br>$F = 0,8H$ | $g_0 = \frac{g_m - Ft}{m} \quad g_0 = \frac{10 \cdot 0,5 - 0,8 \cdot 4}{0,5} = \frac{5 - 3,2}{0,5} = 4 \frac{m}{c}$ |
| $g_0 - ?$                            | <i>Ответ:</i> $g_0 = 4 \text{ м/с}$ .   |

124. Тело массой 500 г соскальзывает с наклонной плоскости длиной 60 см имея начальную скорость 1,5 м/с. Какую скорость наберет тело к концу наклонной плоскости, если равнодействующая всех сил, действующих на тело равна 1 Н?

125. Тело массой 3 кг движется по горизонтальной плоскости. Его скорость за время 3 с уменьшается от 1,5 м/с до 0,5 м/с. Определить силу трения и коэффициент трения.

**Решение**

Сила трения  $F_{mp} = m(g_1 - g_2)t \Rightarrow 3(1,5 - 0,5)3 = 9H$

Коэффициент трения  $\mu = \frac{F_{mp}}{mg} \Rightarrow \frac{9}{3 \cdot 10} = 0,3$ .

*Ответ:*  $\mu = 0,3$ .

126. Коляска массой 40 кг движется на север с ускорением  $0,5 \text{ м/с}^2$  под действием двух сил, одна из которых 60 Н и направлена на север. Куда направлена и чему равна вторая сила действующая на коляску?

127. На тело действуют две силы приложенные к центру масс, одна из которых равна 30 Н, а вторая 50 Н. Угол между линиями действия сил равен  $45^\circ$ . Чему равен модуль результирующей силы и каково ее направление?

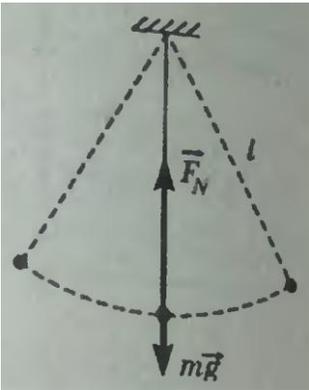
128. На брусок массой 2 кг покоящейся на горизонтальной поверхности положили груз массой 4 кг коэффициент трения покоя равен 0,4. На сколько изменилась минимальная сила способная сдвинуть тело?

129. Моторная лодка пересекает реку перпендикулярно берегу с ускорением  $0,1 \text{ м/с}^2$  под действием силы тяги винта направленной под углом  $60^\circ$  к берегу и равной 200 Н. Какая сила действует на лодку со стороны течения реки, если масса лодки равна 100 кг?

130. Поезд массой 1200 т трогаясь с места через две минуты набрал скорость 72 км/ч. Учитывая, что коэффициент трения равен 0,02, определить силу тяги локомотива.

131. Под действием постоянной силы равной 50 Н тело движется прямолинейно по закону  $x=2-3t+2t^2$ . Определить массу тела и скорость через 2 с.

132. Мальчик массой 50 кг качается на качелях с длиной подвеса 4 м. С какой силой он давит на сиденье при прохождении среднего положения и со скоростью 6 м/с?

|  |  |
|--|--|
| <p>Дано:<br/> <math>g=6\text{м/с}^2</math><br/> <math>l=4\text{м}</math><br/> <math>m=50\text{кг}</math><br/> <math>g=9,8\text{м/с}^2</math></p> | <p><u>Решение</u></p> <p>На мальчика действуют две силы: сила тяжести и сила реакции опоры (рис. 6). Поскольку мальчик движется по дуге окружности радиусом <math>l</math>, то эти силы уравновешены, и та, которая направлена к центру окружности, т.е. к точке подвеса качелей, больше. Поэтому сила реакции опоры превосходит силу тяжести по величине.</p>                       |
| <p><math>F_{\text{давл}} - ?</math></p>  <p>Рис. 6.</p>         | <p>Второй закон Ньютона в векторной записи применительно к этому случаю будет <math>m\vec{a}_y = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{давл}}</math>, а для модулей сил <math>ma_y = F_{\text{давл}} - mg</math>, где <math>F_N = F_{\text{давл}}</math>.</p> <p>Отсюда <math>F_{\text{давл}} = ma_y + mg = m(a_y + g)</math>.</p> <p>Поскольку <math>a_y = \frac{g^2}{l}</math>, то получим</p> |
|  | <p>окончательно <math>F_{\text{давл}} = m\left(\frac{g^2}{l} + g\right)</math>.</p> $F_{\text{давл}} = 50\left(\frac{36}{4} + 9,8\right) = 940 \text{ Н}.$ <p>Ответ: <math>F_{\text{давл}} = 940 \text{ Н}</math>.</p>   |

133. Ведро с водой вращают на веревке в вертикальной плоскости по окружности диаметром 5 м. Какой должна быть

скорость вращения и период оборота, чтобы вода не выливалась из ведра?

134. Коэффициент трения скольжения резины об асфальт равен 0,4. Какого радиуса поворота должен придерживаться водитель при скорости 30 м/с во избежание аварийной ситуации? Каким будет безопасный радиус поворота при 10 м/с?

135. Первый искусственный спутник Земли вращался по орбите радиусом 6950 км. Чему был равен период его обращения? Масса Земли  $6 \cdot 10^{24}$  кг.

136. Тело массой 20 кг падает в воздухе с ускорением  $8 \text{ м/с}^2$ . Найти силу сопротивления воздуха.

137. Велосипедист имеющий вместе с велосипедом общую массу 90 кг едет со скоростью 12 м/с по вогнутому мосту, имеющему радиус кривизны 25 м. Чему равен общий вес велосипедиста в момент прохождения им нижней точки моста.

138. Легковой автомобиль массой 1,2 т движется со скоростью 54 км/ч по выпуклому мосту с радиусом кривизны 40 м. Определить с какой силой давит автомобиль на мост в высшей точке подъема?

139. На полу в лифте стоит ящик массой 30 кг. Чему будет равен вес этого ящика в начале подъема, если лифт начинает подниматься с ускорением  $4 \text{ м/с}^2$ ?

140. Шофер автомобиля выключил двигатель и резко затормозил при скорости 36 км/ч. Определить тормозной путь, если коэффициент трения равен 0,4.

141. Пружину длиной 50 см растягивают силой 40 Н. Найти конечную длину пружины, если ее жесткость равна 400 Н/м.

142. Пружину с помощью силы 80 Н растянули до длины 56 см. Какова была первоначальная длина пружины, если ее жесткость равна 900 Н/м.

143. Через блок перекинута нить, к концам которой подвешены грузы 4 кг, и 2 кг. Начальные скорости грузов равны нулю. Каково перемещение грузов за время 3 с. Массой нити и трением в блоке пренебречь.

|   |   |
|---|---|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>m_1=4\text{кг}</math><br/> <math>m_2=2\text{кг}</math><br/> <math>g_0=0</math><br/> <math>t=3\text{с}</math><br/> <math>s=?</math></p> | <p><u><b>Решение</b></u></p> $F_1 + F_2 = P_1 + P_2 \text{ отсюда } a = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$ $s = \frac{at^2}{2} = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{t^2}{2}$ $s = 10 \frac{4-2}{4+2} \cdot \frac{9}{2} = \frac{180}{12} = 10,5\text{ м}$ <p style="text-align: right;"><i>Ответ:</i> <math>s = 10,5 \text{ м}</math></p> |
|---|---|

144. Две пружины равной длины, соединенные последовательно растягивают за свободные концы. При этом первая пружина жесткостью 150 Н/м удлинилась на 3 см. Какова жесткость второй пружины, если ее удлинение равно 1 см?

145. Самолет массой 20 т пройдя по взлетной полосе 1200 м приобрел в момент взлета скорость 180 км/ч. Считая движение равноускоренным, определить время разгона, ускорение и силу тяги сообщившую самолету ускорение.

146. Самолет массой 25 т касается посадочной полосы при скорости 144 км/ч. Какая сила действует на самолет при торможении, если самолет до остановки пробегает по полосе 900 м?

147. Два шара связаны нитью, перекинутый через неподвижный блок. Массы шаров 3 кг, и 5 кг. Определить силу упругости и путь пройденный каждым шаром за 2 с. Начальную скорость принять равной нулю.

148. С каким ускорением скользит брусок вниз по наклонной плоскости с углом наклона  $45^\circ$  при коэффициенте трения 0,3.

149. Тело соскальзывает с наклонной плоскости без начальной скорости. Угол наклона плоскости  $60^\circ$ , длина наклонной плоскости 3 м коэффициент трения 0,3. С каким ускорением движется тело? Сколько времени длится соскальзывание?

150. Два тела массы, которых равны по 200 г подвешены на концах нити, перекинутой через блок. Какую массу должен иметь грузик, положенный на одно из тел, чтобы каждое из них прошло путь 150 см за 3 с?

151. При падении тела массой 0,4 кг с высоты 64 м время падения оказалось равным 4 с. Определить силу сопротивления воздуха считая ее постоянной.

152. Самолет делает мертвую петлю с радиусом 150 м двигаясь со скоростью 180 км/ч. Определить силу давления летчика массой 70 кг на сиденье в нижней точке петли.

153. Брусок тянут на нити по горизонтальной поверхности со скоростью 5 см/с. Коэффициент трения бруска о поверхность 0,01. Какой путь пройдет брусок до остановки, если нить оборвется.

|  |  |
|--|--|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>v_0 = 5 \text{ см/с} = 0,05 \text{ м/с}</math><br/> <math>k = 0,01</math><br/> <math>g = 0 \text{ м/с}</math><br/> <math>g = 9,8 \text{ м/с}^2</math></p> | <p><b><u>Решение</u></b><br/>         В момент обрыва нити тормозящая брусок сила трения, сообщая ему отрицательное ускорение, начинает его тормозить до остановки. По второму закону Ньютона <math>F = ma</math>.</p>   |
| <p><math>S - ?</math></p>  | <p>Сила трения определяется по формуле:<br/> <math>F_{mp} = kmg</math>. Следовательно,<br/> <math>ma = kmg</math> и <math>a = kg</math>. (1)<br/>         Из кинематики мы знаем формулу:<br/> <math>v^2 - v_0^2 = -2aS</math>. С учетом, что <math>v = 0</math>, <math>v_0^2 = 2aS</math>.<br/>         (2)<br/>         Подставим (1) в (2) вместо ускорения и найдем искомый путь:<br/> <math>v_0^2 = 2kgS</math>, откуда <math>S = \frac{v_0^2}{2kg}</math>.<br/>         Произведем вычисления:<br/> <math>S = \frac{0,05^2}{2 \cdot 0,01 \cdot 9,8} = 0,01 \text{ м}</math>.</p> |
|  | <p style="text-align: right;"><i>Ответ:</i> <math>S = 0,01 \text{ м}</math>.</p>   |

154. Автобус массой 5 т трогаясь с места на пути 80 м приобретает скорость 72 км/ч. Определить коэффициент трения, если сила тяги двигателя автобуса равна 20 кН.

155. Тело массой 0,2 кг брошенное вертикально вверх со скоростью 60 м/с, достигло верхней точки подъема за 3 с. Определить среднее значение силы сопротивления воздуха.

156. Змея лежащая на горизонтальной поверхности начинает подниматься вертикально вверх со скоростью 0,6 м/с масса змеи 3 кг, длина 1,5 м. С какой силой змея будет давить на горизонтальную поверхность во время подъема?

157. Автомобиль движется со скоростью 40 м/с. Коэффициент трения резины об асфальт равен 0,4. Чему равен наименьший радиус поворот автомобиля безопасный при этой скорости?

158. Канат лежит на столе так, что часть его свешивается со стола. Определить коэффициент трения каната о стол, если он начинает двигаться вниз, когда длина свешивающейся части каната составляет 30% его длины.

159. Вверх по наклонной плоскости составляющей с горизонтом угол  $30^\circ$  катится шарик проходя по инерции путь 5 м причем модуль импульс и шарика меняется от 75 Н·с до нуля. Определить массу шарика. (Трением пренебречь).

160. К концу однородного стержня приложены две горизонтальные и противоположно направленные силы 20 Н и 50 Н. Определить силу натяжения в поперечном сечении, которое делит стержень на две части в отношении 2:1.

### 1.3. СТАТИКА И ГИДРОСТАТИКА

Плечо силы относительно оси, когда сила лежит в плоскости, перпендикулярной оси вращения – расстояние между осью вращения и линией действия силы, т.е. длина общего перпендикуляра, соединяющего эти прямые.

Момент силы относительно оси – это физическая величина, равная взятому со знаком «+» или «-» произведению модуля силы  $F$  на ее плечо  $l$  относительно данной оси:  $M = \pm Fl$ . Знак момента

силы выбирается произвольно. Если, однако, на одно тело действуют две силы, то моменты сил, стремящихся повернуть тело против часовой стрелки, принято считать положительными, а моменты сил, стремящихся повернуть тело по часовой стрелке – отрицательными.

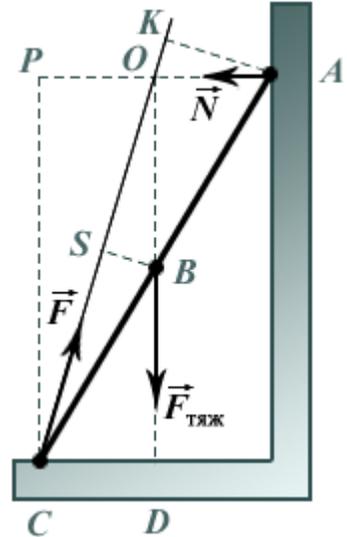
Условия равновесия тела. Векторная сумма всех внешних сил, действующих на тело, должна быть

равна нулю:  $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$ . Алгебраическая

сумма моментов этих сил относительно любой оси также должна быть равна

нулю:  $\sum_{i=1}^n \vec{M}_i = 0$

Пример: для лестницы, стоящей у гладкой стены выполнены как условие равенства нулю суммы сил тяжести  $\vec{F}_{тяж}$ , реакции стены  $\vec{N}$  и реакции пола  $\vec{F}$ , т.е.  $\vec{F}_{тяж} + \vec{N} + \vec{F} = 0$ , так и равенство нулю суммы моментов этих сил относительно осей, проходящих через точку А:  $F_{тяж} \cdot AO - F \cdot AK = 0$ , точку В:  $N \cdot OB - F \cdot BS = 0$  и точку С:  $-F_{тяж} \cdot CD + N \cdot CP = 0$ .



Давление в жидкости плотностью  $\rho$  на глубине  $h$  равно  $p = p_0 + \rho gh$ ,

где  $p_0$  – атмосферное давление (101325 Па соответствует 760 мм.рт.ст.),  $\rho gh$  – давление столба жидкости.

Закон Паскаля: давление в каждой точке жидкости не зависит от ориентации площадки, на которую оно действует.

Закон Архимеда: на всякое тело, погруженное в покоящуюся жидкость, действует выталкивающая сила, модуль которой равен модулю веса  $\vec{P}$  жидкости в объеме погруженной части тела. Эта сила направлена вертикально вверх, т.е. противоположно весу  $\vec{P}$ , а точка ее приложения совпадает с центром тяжести жидкости в объеме погруженной части тела. Если жидкость покоится в инерциальной системе отсчета, то модуль выталкивающей силы

равен произведению плотности жидкости  $\rho_{ж}$ , объема вытесненной телом жидкости  $V$  и ускорения свободного падения  $g$ :  $F_A = \rho_{ж}gV$ .

Условие плавания тел. Для однородного тела плотностью  $\rho$ , которое частично или полностью погружено в жидкость, это условие можно формулировать в виде:  $\rho \leq \rho_{ж}$ .

Гидравлические машины. Если оба вертикально расположенных цилиндра сообщающихся сосудов закрыть поршнями, то с помощью внешних сил, приложенных к поршням, в жидкости можно создать большое давление  $p$ , во много раз превышающее гидростатическое давление  $\rho gh$  в любой точке системы. Тогда во всей системе устанавливается одинаковое давление  $p$ . Если поршни имеют разные площади  $S_1$  и  $S_2$ , то 
$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}.$$

### Статика и гидростатика.

161. Тело лежит на наклонной плоскости составляющей угол  $30^\circ$  с горизонтом. Масса тела 10 кг. Определить модуль силы трения.

162. На тело массой 4 кг покоящееся на наклонной плоскости с углом при основании  $30^\circ$  действует прижимающая сила 20 Н направленная горизонтально. Определить модуль нормальной реакции опоры.

163. Горизонтально направленная сила 200 Н удерживает на наклонной плоскости тело. Какой максимальной массой может обладать тело, если угол наклона плоскости равен  $45^\circ$ , а коэффициент трения равен 0,5.

164. Определить давление воды на стенку цилиндрического сосуда с диаметром основания 20 см на расстоянии 5 см от дна. Объем воды сосуде 10 л, плотность воды  $10^3 \text{ кг/м}^3$ .

|  |                                       |  |
|--|---------------------------------------|--|
| Дано:<br>$D=20\text{см}$<br>$l=5\text{см}$ | СИ<br>$0,2\text{м}$<br>$0,05\text{м}$ | <u>Решение</u><br>Давление воды на стенку определим по формуле $p = \rho gh$ , где $h$ – высота столба |
|--|---------------------------------------|--|

|  |   |
|--|---|
| $V=10\text{л}$<br>$\rho=10^3\text{кг/м}^3$<br>$g=9,8\text{м/с}^2$<br>$p - ?$ | $10^{-2}\text{м}^3$<br>воды над уровнем, расположенным на расстоянии $l$ от дна.<br>Эту высоту можно найти, если вычесть из высоты всей воды в сосуде $H$ расстояние до дна $l$ :<br>$h = H - l$ , тогда $p = \rho g(H - l)$ . (1)<br>Всю высоту воды в сосуде $H$ можно найти как частное от давления объема воды в сосуде $V$ на площадь круглого основания сосуда $S$ : $H = \frac{V}{S}$ , где $S = \frac{\pi D^2}{4}$ , поэтому<br>$H = \frac{4V}{\pi D^2}$ .<br>Подставим (2) в (1): $p = \rho g\left(\frac{4V}{\pi D^2} - l\right)$ .<br>Произведем вычисления:<br>$p = 10^3 \cdot 9,8 \left( \frac{4 \cdot 10^2}{3,14 \cdot 0,04} - 0,05 \right) = 2,6 \cdot 10^3 \text{ Па.}$<br><p style="text-align: right;"><i>Ответ: <math>p = 2,6 \cdot 10^3 \text{ Па.}</math></i></p> |
|--|---|

165. Какой наибольшей массы груз может поднять под действием своего веса человек, пользуясь одним неподвижным и одним подвижным блоком? Масса человека 80 кг.

166. Какой должна быть сила трения, удерживающая брусок массы 0,5 кг на гладкой наклонной плоскости, если угол наклона плоскости  $30^\circ$ . Найти силу реакции и коэффициент трения.

|  |   |
|--|---|
| Дано:<br>$m=0,5\text{кг}$<br>$\alpha=30^\circ$ | <p style="text-align: center;"><u><b>Решение</b></u></p> Так как брусок находится в равновесии то суммы проекции на оси X и Y всех сил действующих на брусок должны быть равны нулю.<br>$\begin{cases} \vec{F}_{mp} - m\vec{g} \sin \alpha = 0 & / \quad OX \\ \vec{N} - m\vec{g} \cos \alpha = 0 & / \quad OY \end{cases}$ |
| $N - ?$<br>$F_{mp} - ?$<br>$\mu - ?$           |   |

$$\vec{F}_{mp} = \mu \vec{N} = \mu m \vec{g} \cos \alpha$$

$$\mu m \vec{g} \cos \alpha - m \vec{g} \sin \alpha = 0 \Rightarrow \mu = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\mu = \operatorname{tg} 30^\circ = 0,58$$

$$F_{mp} = 0,58 \cdot 0,5 \cdot 10 = 290 \text{ Н}$$

$$N = 0,5 \cdot 10 \cdot 0,86 = 4,3 \text{ Н}$$

$$\text{Ответ: } N = 4,3 \text{ Н}, F_{mp} = 290 \text{ Н}, \mu = 0,58.$$

167. В горизонтальном направлении на тело действует пять равных по величине сил. Определить в градусах угол между любыми двумя из этих сил, если тело находится в равновесии.

168. Однородный гимнастический канат массой 12 кг длиной 6 м подвешен к потолку. Определить модуль силы натяжения каната, в точку отстоящей от потолка на расстоянии 5 м, если канат не касается потолка.

169. В сообщающиеся сосуды разного сечения налили ртуть, до уровня  $\chi$  от края сосуда. Затем в широкое по сечению колено подлили воду до края. Сечение широкого сосуда в  $N$  раз больше чем узкого. На какую высоту  $h$  поднялся при этом уровень ртути в узком сосуде.

|  |  |
|--|--|
| <p>Дано:</p> <p><math>\chi</math></p> <p><math>N</math></p> <p><math>\rho_1</math> – ртуть</p> <p><math>\rho_2</math> – вода</p> | <p><u>Решение</u></p> $P_1 = P_2$ $P_1 = \rho_1 g (h + \Delta h)$ $P_2 = \rho_2 g (\chi + \Delta h)$ $\rho_1 g (h + \Delta h) = \rho_2 g (\chi + \Delta h)$ $\rho_1 (h + \Delta h) = \rho_2 (\chi + \Delta h)$ |
| <p><math>h</math> – ?</p>  | <p><math>\Delta V</math> – объем ртути выдавленный водой</p>   |
|  | <p><math>\Delta V = hS = \Delta h NS \Rightarrow \Delta h = \frac{h}{N}</math> подставив,</p> <p>получим</p> $\rho_1 \left( h + \frac{h}{N} \right) = \rho_2 \left( \chi + \frac{h}{N} \right) \Rightarrow$    |

$$\rho_1 h \left( 1 + \frac{1}{N} \right) = \rho_2 \chi + \rho_2 \frac{h}{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_1 h \left( 1 + \frac{1}{N} \right) - \rho_2 \frac{h}{N} = \rho_2 \chi.$$

$$h = \frac{\rho_2 \chi N}{\rho_1 (N + 1) - \rho_2}$$

170. Определить модуль равнодействующей двух сил равных по модулю 20 Н и направленных так, что угол между ними составляет  $60^\circ$ .

171. Фонарь массой 10 кг симметрично подвешен на двух одинаковых тросах, угол между которыми равен  $90^\circ$ . Определить модуль силы натяжения одного из тросов.

172. К телу приложены две силы, равные по модулю 8 Н и 12 Н. При каком угле в градусах между силами модуль равнодействующей будет наибольшим?

173. Тело массой 0,4 кг висящее на невесомой и нерастяжимой нити отклоняется от вертикали под действием горизонтально направленной силы на угол  $45^\circ$ . Определить модуль силы натяжения нити в новом положении равновесия.

174. Груз массой 4 кг подвешен с помощью двух тросиков так, что один образует с вертикалью угол  $30^\circ$ , а другой проходит горизонтально. Найти силы натяжения тросиков.

|  |   |
|--|---|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>m=4\text{кг}</math><br/> <math>\alpha=30^\circ</math></p> | <p style="text-align: center;"><b><u>Решение</u></b></p> <p>Условие равновесия</p> $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + m\vec{g} = 0$ <p><math>OX</math> <math>F_2 - F_1 \cdot \sin \alpha = 0</math></p> <p><math>OY</math> <math>F_1 \cdot \cos \alpha - mg = 0</math>      Отсюда</p> $F_1 = \frac{mg}{\cos \alpha} \Rightarrow \frac{4 \cdot 10}{\sqrt{3} \cdot 2} = \frac{40 \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot 2} \approx \frac{20 \cdot 1,73}{3} \approx 11,53\text{Н}$ $F_2 = \frac{11,53}{2} \approx 5,76\text{Н}$ <p style="text-align: right;"><i>Ответ:</i> <math>F_1 = 11,53\text{Н}, F_2 = 5,76\text{Н}</math></p> |
| <p><math>F_1 - ?</math><br/> <math>F_2 - ?</math></p>                                |   |

175. Воздушный шар объемом  $600 \text{ м}^3$  находится в равновесии. Какую массу балласта надо выбросить за борт, чтобы он начал подниматься с ускорением  $0,2 \text{ м/с}^2$ ? Плотность воздуха принять равной  $1,3 \text{ кг/м}^3$ .

176. Насколько плотность некоторого тела больше плотности воды, если это тело в воде весит в 8 раз меньше, чем в воздухе. Плотность воды  $10^3 \text{ кг/м}^3$ .

177. В узкую мензурку налита вода до некоторого уровня. На какой угол от вертикали, следует отклонить мензурку, чтобы давление на дно мензурки уменьшилось в 2 раза? (4 раза, 8 раз).

178. К малому поршню гидравлического пресса приложена сила  $150 \text{ Н}$ , под действием которой за один проход он отпускается на  $30 \text{ см}$ , вследствие чего большой поршень поднимается на  $6 \text{ см}$ . Какая сила давления передается при этом на большой поршень?

|   |                                       |  |                                     |
|---|---------------------------------------|--|-------------------------------------|
| Дано:<br>$h=30\text{см}$<br>$h_2=6\text{см}$<br>$F_1=150\text{Н}$ | СИ<br>$0,3\text{м}$<br>$0,06\text{м}$ | <u>Решение</u>   |                                     |
| $F_2 - ?$   |                                       | По закону Паскаля $P_1 = P_2$  | где                                 |
|   |                                       | $P_1 = \frac{F_1}{S_1}$ $P_2 = \frac{F_2}{S_2}$ отсюда                             |                                     |
|   |                                       | $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Rightarrow F_2 = \frac{F_1 \cdot S_2}{S_1}$    | поскольку жидкость несжимаема       |
|   |                                       | $V_1 = V_2$ или $S_1 h_1 = S_2 h_2$ отсюда   | $\frac{S_2}{S_1} = \frac{h_1}{h_2}$ |
| подставляя получим:   |                                       |  |                                     |
|   |                                       | $F_2 = F_1 \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow F_2 = 150 \frac{0,3}{0,06} = 750 \text{ Н}$ |                                     |
| <i>Ответ:</i> $F_2 = 750 \text{ Н}$                               |                                       |  |                                     |

179. На какой глубине в пресной воде давление в 4 раза больше нормального атмосферного давления? Плотность воды  $10^3 \text{ кг/м}^3$ . Нормальное атмосферное давление  $10^5 \text{ Па}$ .

180. Какова должна быть высота цилиндрического сосуда радиусом 10 см, чтобы сила давления воды на дно сосуда была равна силе давления воды на боковую поверхность?

181. Шарик сделанный из материала, плотность которого в два раза меньше плотности воды, падает в воду с высоты 2 м. На какую глубину он погрузится в воду? Силами сопротивления пренебречь.

182. В цилиндрический сосуд мензурки налиты вода и керосин, причем массы их одинаковы. Общая высота столба жидкостей 24 см. Найти давление столба жидкостей на дно сосуда. Плотность воды  $10^3 \text{ кг/м}^3$ , керосина  $0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

|   |  |   |
|---|--|---|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>m_6 = m_k</math><br/> <math>h = 24 \text{ см}</math><br/> <math>\rho_6 = 10^3 \text{ кг/м}^3</math><br/> <math>\rho_k = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3</math><br/> <math>P = ?</math></p> | <p><i>СИ</i><br/><br/> <math>0,24 \text{ м}</math></p> | <p style="text-align: center;"><u><b>Решение</b></u></p> $P = P_6 + P_k$ $P_6 = \rho_6 g h_6 \text{ высота столба } h = h_6 + h_k$ $P_k = \rho_k g h_k$ $m_6 = \rho_6 V_6 = \rho_6 S h_6$ $m_k = \rho_k V_k = \rho_k S h_k$ $\rho_6 S h_6 = \rho_k S h_k \Rightarrow \rho_6 = \frac{\rho_k h_k}{h_6} \Rightarrow h_6 = \frac{\rho_k h_k}{\rho_6}$ $h_6 = h - h_k = h - \frac{\rho_6 h_6}{\rho_k} \Rightarrow h = \frac{h_6 \rho_k + \rho_6 h_6}{\rho_k} =$ $= h_6 \left( \frac{\rho_k + \rho_6}{\rho_k} \right) \Rightarrow h_6 = \frac{h \rho_k}{\rho_k + \rho_6}$ $P_6 = \rho_6 g \frac{h \rho_k}{\rho_k + \rho_6} = g h \frac{\rho_6 \rho_k}{\rho_k + \rho_6}$ $P_k = g h \frac{\rho_6 \rho_k}{\rho_k + \rho_6} \Rightarrow P = 2 g h \frac{\rho_6 \rho_k}{\rho_k + \rho_6}$ $P = 2 \cdot 10 \cdot 0,24 \frac{1 \cdot 0,8 \cdot 10^6}{1,8 \cdot 10^3} = 2,133 \cdot 10^3 \text{ Па}$ |
|---|--|---|

#### 1.4. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Импульс тела (материальной точки)  $\vec{p}$  – векторная физическая величина, равная произведению массы этого тела (материальной точки) на его скорость:  $\vec{p} = m\vec{v}$ .

Импульс силы – это векторная физическая величина, равная произведению среднего значения силы на промежуток времени ее действия:  $\vec{F}\Delta t$ . Закон сохранения импульса системы тел: в инерциальной системе отсчета импульс системы тел остается неизменным, если на систему не действуют внешние силы. При упругом ударе

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2' = \text{const},$$

где  $m_1\vec{v}_1$  и  $m_2\vec{v}_2$  – импульсы тел в начале в конце взаимодействия момент времени,  $m_1\vec{v}_1'$  и  $m_2\vec{v}_2'$  – импульсы тел.

Механическая работа  $A$  постоянной силы  $\vec{F}$  на перемещение  $\Delta\vec{s}$  – это скалярная физическая величина, равная произведению модуля силы  $F$ , модуля перемещения  $s$  и косинуса угла между направлениями силы и перемещения:

$$A = Fsc\cos\alpha = F_x s,$$

где  $F_x$  – проекция силы на направление перемещения.

Кинетическая энергия – скалярная физическая величина, характеризующая движущееся тело и равная для материальной точки половине произведения ее массы на квадрат ее скорости:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Теорема о кинетической энергии: работа приложенной к телу равнодействующей силы равна изменению его кинетической энергии  $A = E_{k2} - E_{k1}$ .

Потенциальная энергия тела в поле силы тяжести:  $E_p = mgh$ .

Потенциальной энергией пружины (или любого упруго деформированного тела) называют величину  $E_p = \frac{kx^2}{2}$ , где  $k$  – жесткость пружины.

Работа силы тяжести равна изменению потенциальной энергии тела, взятому с противоположным знаком:  $A = -\Delta E_p = -(E_{p2} - E_{p1})$ .

$$\text{Работа упругой силы: } A_{\text{упр}} = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right).$$

$$\text{Работа силы трения равна: } A_{F_{\text{тр}}} = -F_{\text{тр}}s = -\mu Ns.$$

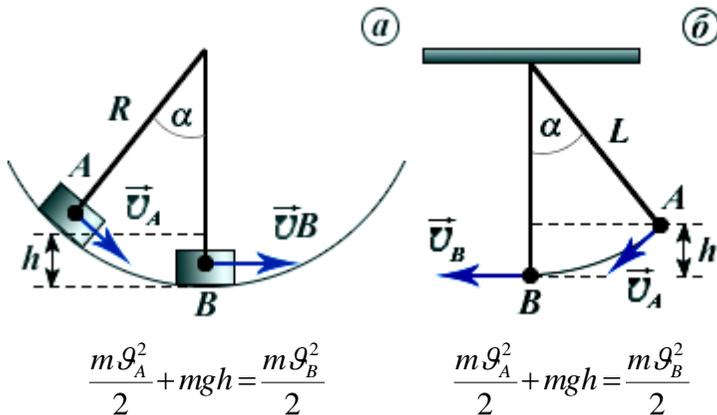
Мощность  $N$  – это физическая величина, равная отношению работы  $A$  к промежутку времени  $t$ , в течение которого совершена эта работа:  $N = \frac{A}{t}$ .

Коэффициентом полезного действия (КПД) – отношение полезной работы к затраченной  $\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{зат}}}$ .

Закон сохранения энергии в механических процессах. Сумма кинетической и потенциальной энергии тел, составляющих замкнутую систему и взаимодействующих между собой силами тяготения и силами упругости, остается неизменной.

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2} = \text{const}$$

В ходе свободного падения тела независимо от траектории его движения сохраняется физическая величина  $E_{\text{мех}} = \frac{mv^2}{2} + mgh$ , называемая механической энергией и равная сумме кинетической и потенциальной энергии тела.



Упругие и неупругие соударения. Абсолютно упругим ударом называется столкновение, при котором сохраняется механическая энергия системы тел. Абсолютно неупругим ударом называют такое ударное взаимодействие, при котором тела соединяются (слипаются) друг с другом и движутся дальше как одно тело. При абсолютно неупругом ударе механическая энергия не сохраняется. Она частично или полностью переходит во внутреннюю энергию тел (нагревание)  $\Delta E$ .

**183.** Железнодорожный вагон массой 60 т движущийся со скоростью 8 м/с, сталкивается с неподвижным вагоном массой 80 т и сцепляется с ним. С какой скоростью движутся вагоны после сцепления?

**184.** Снаряд летящий горизонтально со скоростью 400 м/с разрывается на два одинаковых осколка, один из которых летит в противоположную сторону со скоростью 100 м/с. С какой скоростью летит второй осколок?

**185.** Автомобиль движется со скоростью 20 м/с. С какой скоростью он должен двигаться, чтобы его кинетическая энергия увеличилась в 4 раза?

186. Камень массой 0,1 кг, брошенный вертикально вверх со скоростью 20 м/с, упал в том же месте со скоростью 15 м/с. Найти работу сил сопротивления воздуха за время движения камня.

187. Поезд массой 2000 т, двигаясь прямолинейно, увеличил скорость от 36 км/ч до 72 км/ч. Найти изменение импульса.

|  |   |   |
|--|---|---|
| <p><u>Дано:</u><br/> <math>m=2000\text{т}</math><br/> <math>\mathcal{V}_1=36\text{км/ч}</math><br/> <math>\mathcal{V}_2=72\text{км/ч}</math></p> | <p><u>СИ</u><br/> <math>2\cdot 10^6\text{кг}</math><br/> <math>10\text{м/с}</math><br/> <math>20\text{м/с}</math></p> | <p style="text-align: center;"><u>Решение</u></p> $p_1 = m\mathcal{V}_1, \quad p_2 = m\mathcal{V}_2.$ $\Delta p = p_2 - p_1 = m(\mathcal{V}_2 - \mathcal{V}_1).$ $\Delta p = 2 \cdot 10^6(20 - 10) = 2 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$ <p style="text-align: right;"><i>Ответ:</i> <math>\Delta p = 2 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.</math></p> |
| <p><math>\Delta p - ?</math></p>   |   |   |

188. Человек массой 80 кг спрыгнул с берега в неподвижную лодку, находящуюся у берега со скоростью 10 м/с. С какой скоростью станет двигаться лодка вместе с человеком, если ее масса также равна 80 кг?

189. Камень брошен вертикально вверх со скоростью 20 м/с. На какой высоте кинетическая энергия камня равна его потенциальной энергии. Сопротивлением воздуха пренебречь.

190. На тележку массой 2 кг движущейся равномерно со скоростью 3 м/с с высоты 1 м сбросили кусок размягченного воска массой 0,4 кг, который прилип к тележке. Рассчитайте энергию, которая перешла во внутреннюю при этом ударе.

|   |   |
|---|---|
| <p><u>Дано:</u><br/> <math>m_T = 2\text{кг}</math><br/> <math>\mathcal{V}_T = 3\text{м/с}</math><br/> <math>h = 1\text{м}</math><br/> <math>m_e = 0,4\text{кг}</math></p> | <p style="text-align: center;"><u>Решение</u></p> $\Delta U = -A = E_1 - E_2$ <p>где <math>E_1</math> - начальная энергия тележки,<br/> <math>E_2</math> - конечная</p> $E_1 = m_e gh + \frac{m_T \mathcal{V}_T^2}{2}$ <p style="text-align: right;">где <math>\mathcal{V}</math> - скорость</p> $E_2 = \frac{(m_T + m_e) \cdot \mathcal{V}^2}{2}$ <p>тележки после слипания, для ее нахождения</p> |
| <p><math>\Delta U - ?</math></p>  |   |

применим закон сохранения импульса

$$m_T m_6 = (m_T + m_6) \cdot \mathcal{G} \quad \text{откуда}$$

$$\mathcal{G} = \frac{m_T m_6}{m_T + m_6}, \text{ в итоге получим:}$$

$$\Delta U = m_6 gh + \frac{m_T \mathcal{G}^2}{2} - \frac{(m_T + m_6)}{2} \cdot \left( \frac{m_T m_6}{m_T + m_6} \right)^2 =$$

$$= m_6 gh + \frac{m_T \mathcal{G}^2}{2} - \frac{m_T^2 \mathcal{G}^2}{2(m_T + m_6)} = 21,5 \text{ Дж.}$$

Ответ:

$$\Delta U = 21,5 \text{ Дж.}$$

191. Электровоз массой 200 т движущейся по инерции со скоростью 1 м/с подъезжает и сцепляется с неподвижными вагонами продолжая движение с ними. Какова общая масса вагонов, если скорость сцепки будет 0,2 м/с.

|  |   |   |
|--|---|---|
| <p><u>Дано:</u><br/> <math>\mathcal{G}_3 = 1 \text{ м/с}</math><br/> <math>\mathcal{G}' = \mathcal{G}_6' = \mathcal{G}_3' = 0,2 \text{ м/с}</math><br/> <math>\mathcal{G}_6 = 0</math><br/> <math>m_3 = 200 \text{ т}</math></p> | <p><u>СИ</u></p> <p><math>2 \cdot 10^5 \text{ кг}</math><br/> <math>\text{с}</math></p> | <p><u>Решение</u></p> <p>Запишем уравнение для сохранения количества движения</p> $m_3 \cdot \mathcal{G}_3 = (m_3 + m_6) \cdot \mathcal{G}'$ $m_3 \cdot \mathcal{G}_3 = m_3 \cdot \mathcal{G}' + m_6 \cdot \mathcal{G}'$ $m_6 = \frac{m_3 (\mathcal{G}_3 - \mathcal{G}')}{\mathcal{G}'}$ $m_6 = \frac{200000 (1 - 0,2)}{0,2} = 800000 \text{ кг}$ <p>Ответ: <math>m_6 = 800000 \text{ кг}</math>.</p> |
| <p><math>m_6 - ?</math></p>  |   |   |

192. Санки на вершине горки имели горизонтальную скорость 5 м/с. Какую скорость они будут иметь скатившись с горки, высота которой 10 м? Трением об снег пренебечь.

193. Камень массой 1,5 кг брошен вертикально вверх. Его начальная кинетическая энергия равна 300 Дж. На какой высоте скорость камня будет равна 10 м/с?

194. С какой начальной скоростью  $\mathcal{G}_0$  надо бросить вниз мяч с высоты  $h$ , чтобы он подпрыгнул на высоту  $4h$ ?

**Решение**

$$\text{В момент броска } E_k = \frac{m\mathcal{G}_0^2}{2} \quad E_{p1} = mgh \quad E_{нол1} = E_k + E_{p1}.$$

Если пренебречь потерями на трение мяча о воздух, удар предполагается абсолютно упругим. В конечном состоянии

$$E_{нол2} = E_{p2} = mg4h$$

$$E_{нол1} = E_{нол2} = E_{p2} \Rightarrow \frac{m\mathcal{G}_0^2}{2} + mgh = mg4h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m\mathcal{G}_0^2 + 2mgh = 8mgh \Rightarrow \mathcal{G}_0^2 = 6gh.$$

$$\mathcal{G}_0 = \sqrt{6gh}$$

$$\text{Ответ: } \mathcal{G}_0 = \sqrt{6gh}.$$

195. С какой начальной скоростью  $\mathcal{G}_0$  надо бросить вниз мяч с высоты 5 м, чтобы он подпрыгнул на высоту 10 м при отскоке? Потерями энергии пренебречь.

196. Какую работу должен совершить двигатель, чтобы разогнать по горизонтальной поверхности первоначально неподвижный автомобиль массой 4 т до скорости 72 км/ч.

197. Сила тяги тепловоза 250 кН. Мощность двигателя 2500 кВт. Определить за какое время поезд при равномерном движении пройдет путь, равный 20 км?

198. Подъемный кран в течение 2 мин поднимает стальную плиту со скоростью 0,5 м/с. Длина плиты 4 м ширина 50 см высота 40 см. Какую полезную работу совершает кран. Плотность стали  $7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

|  |   |   |
|--|---|---|
| <p><u>Дано:</u><br/> <math>t=2\text{мин}</math><br/> <math>\vartheta=0,5\text{м/с}</math><br/> <math>l=4\text{м}</math><br/> <math>r=50\text{см}</math><br/> <math>h=40\text{см}</math><br/> <math>\rho=7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3</math><br/> <math>g=9,8\text{м/с}^2</math></p> | <p><u>СИ</u><br/> <math>120\text{с}</math><br/><br/> <math>0,5\text{м}</math><br/> <math>0,4\text{м}</math></p> | <p><u>Решение</u><br/> Работа совершаемая краном определяется по формуле: <math>A = FH \cos \alpha</math>. (1)</p> <p>Поскольку кран поднимает плиту с постоянной скоростью, силы, приложенные к ней, уравниваются друг друга. <math>F = mg</math>. (2)</p> |
| <p><math>A - ?</math></p>  |   | <p>Массу плиты выразим через плотность стали и объем плиты:</p>   |
|  |   | <p><math>m = \rho V</math>. (3)</p>   |
|  |   | <p>В свою очередь объем плиты выразим через длину, ширину и высоту: <math>V = lrh</math>. (4)</p>   |
|  |   | <p>Подставим (4) в (3): <math>m = \rho lrh</math>. (5)</p>  |
|  |   | <p>Теперь подставим (5) в (2): <math>m = \rho lrhg</math>. (6)</p>  |
|  |   | <p>Высоту на которую кран поднимает плиту, двигая ее с постоянной скоростью в течение времени, определим по уравнению равномерного движения:</p>  |
|  |   | <p><math>H = \vartheta t</math>. (7)</p>  |
|  |   | <p>Поскольку направление силы, поднимающей плиту, и направление ее перемещения совпадают, угол <math>\alpha</math> равен нулю, а <math>\cos 0^\circ = 1</math>. С учетом сказанного, а также формул (6) и (7) получим:</p>                                  |
|  |   | <p><math>A = \rho lrhg \vartheta t</math></p>   |
|  |   | <p><math>A = 7,8 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 0,5 \cdot 0,4 \cdot 9,8 \cdot 0,5 \cdot 120 = 3,7 \cdot 10^6 \text{ Дж}</math></p>  |
|  |   | <p><i>Ответ:</i> <math>A = 3,7\text{МДж}</math>.</p>  |

199. Камень брошенный вертикально вверх, получил запас кинетической энергии 30 Дж. Определить массу камня, если высота подъема составила 20 м.

200. Лошадь тянет сани по горизонтальной поверхности с постоянной скоростью прилагая к упряжи силу 3000 Н. Упряжь образует угол  $60^\circ$  с горизонтом. Определить работу силу трения при перемещении саней на расстоянии 100 м. Какую мощность развила лошадь при этом перемещении, если оно произошло за 10 с?

201. Для растяжения пружины на 4 мм надо совершить работу 0,02 Дж. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть эту пружину на 4 см.

|   |  |  |
|---|--|--|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>x_1=4\text{мм}</math><br/> <math>A_1=0,02\text{Дж}</math><br/> <math>x_2=4\text{см}</math><br/> <math>A_2 - ?</math></p> | <p><i>СИ</i><br/> <math>4 \cdot 10^{-3}\text{ м}</math><br/> <math>4 \cdot 10^{-2}\text{ м}</math></p> | <p style="text-align: center;"><u><b>Решение</b></u></p> <p>Работа, совершаемая при упругой деформации пружины жесткостью <math>k</math>, определяется выражением: <math>A_1 = \frac{kx_1^2}{2}</math>.</p> <p>Аналогично при деформации <math>x_2</math>:</p> $A_2 = \frac{kx_2^2}{2}.$ <p>Мы имеем два уравнения с двумя неизвестными: <math>k</math> и <math>A_2</math>. Чтобы исключить неизвестную нам жесткость, которую определять не требуется, разделим левую и правую части этих уравнений друг на друга:</p> $\frac{A_1}{A_2} = \frac{kx_1^2 \cdot 2}{2 \cdot kx_2^2}, \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{x_1^2}{x_2^2}. \quad \text{Отсюда}$ $A_2 = A_1 \frac{x_2^2}{x_1^2} \quad \text{или} \quad A_2 = A_1 \left( \frac{x_2}{x_1} \right)^2.$ $A_2 = 0,02 \left( \frac{4 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} \right)^2 = 2\text{ Дж}$ <p style="text-align: right;"><i>Ответ:</i> <math>A_2 = 2\text{ Дж}</math>.</p> |
|---|--|--|

202. За какое время кран мощностью 20 кВт поднимет груз массой 4 т на высоту 12 м, если груз перемещается равномерно?

203. Сила сопротивления движению автомобиля равна 15 кН. Автомобиль движется равномерно и прямолинейно со скоростью 72 км/ч.

204. К телу массой 3 кг приложили силу 60 Н направленную вертикально вверх. Определить работу этой силы, если за 4 с от начала движения оно приобрело скорость 4 м/с.

205. Самолет должен иметь для взлета скорость 25 м/с. Длина пробега по полосе аэродрома составляет 100 м. Какую мощность должны развивать двигатели при взлете, если масса самолета 1000 кг и коэффициент сопротивления движению 0,02?

|   |  |
|---|--|
| <p>Дано:<br/><math>g=25\text{м/с}</math><br/><math>s=100\text{м}</math><br/><math>m=1000\text{кг}</math><br/><math>\mu=0,02</math><br/><math>N - ?</math></p> | <p style="text-align: center;"><b><u>Решение</u></b></p> <p>Для вычисления мощности по формуле <math>N = Fg</math> надо знать, какую силу тяги развивают двигатели самолета. Поскольку при разгоне самолет движется с ускорением, сила тяги преодолевает силу сопротивления движению <math>\mu mg</math> и сообщает самолету ускорение, т.е.</p> $F = \mu mg + ma .$ <p>Ускорение определяем, пользуясь зависимостью: <math>g^2 = 2as</math>; <math>a = \frac{g^2}{2s}</math>. Тогда</p> $N = Fg = \left( \mu mg + \frac{m g^2}{2s} \right) g = m g \left( \mu g + \frac{g^2}{2s} \right).$ $N = 8,3 \cdot 10^4 \text{ Дж} / \text{с}.$ <p style="text-align: right;"><i>Ответ: <math>N = 8,3 \cdot 10^4 \text{ Дж} / \text{с}.</math></i></p> |
|---|--|

206. Определить мощность, которую необходимо развить, чтобы сжать пружину на 4 см в течение 3 с, если для ее сжатия на 2 см требуется сила 60 Н.

207. Камень массой 0,3 кг брошен вертикально вверх со скоростью 20 м/с и упал в том же месте со скоростью 16 м/с. Определить работу сил сопротивления воздуха за время движения камня.

208. Определить значения потенциальной и кинетической энергии стрелы массой 40 г, выпущенной из лука со скоростью 30



$$N = \frac{800 \cdot 80 \cdot 9,8 \cdot 8}{45 \cdot 600} 100 = 1,86 \cdot 10^4 \text{ Вт} .$$

Ответ:  $N = 18,6 \text{ кВт}$ .

214. Насос, двигатель которого развивает мощность 25 кВт, поднимает  $100 \text{ м}^3$  нефти на высоту 6 м за 8 мин. Найти КПД установки.

215. При забивании сваи в землю молотом массой 150 кг, который движется со скоростью 8 м/с, земля оказывает сопротивление проникновению, равное 50 кН. Найти на какое расстояние углубляется свая с каждым ударом. Потерей энергии на нагревание пренебречь.

216. Поезд массой 2000 т двигаясь равноускоренно по горизонтальному пути отходит с ускорением  $0,06 \text{ м/с}^2$ . Пренебрегая сопротивлением движению определить мощность силы тяги локомотива через 6 минут от начала движения.

217. Первоначально покоящееся тело массой 2 кг под действием двух горизонтальных взаимно перпендикулярных сил 12 Н и 15 Н переместилось на 10 м (трения нету). Чему равна совершенная при этом работа?

218. На горизонтальной поверхности лежит брусок массой 0,9 кг. В него попадает пуля массой 9 г летящая горизонтально со скоростью 900 м/с и застревает в ней. Найти коэффициент силы трения скольжения, если до полной остановки брусок пройдет путь, равной 9 м.

|  |   |  |
|--|---|--|
| <p>Дано:</p> $m = 0,9 \text{ кг}$<br>$m_0 = 9 \text{ г}$<br>$\mathcal{G}_0 = 900 \text{ м/с}$<br>$l = 1 \text{ м}$ | <p>СИ</p><br><br><br><p><b>0,009 кг</b></p> | <p><u>Решение</u></p> <p>Согласно закону сохранения импульса, скорость, которую приобретает брусок с застрявшей в ней пулей</p> $\mathcal{G}(m + m_0) = m_0 \mathcal{G}_0 \quad \text{отсюда}$ $\mathcal{G} = \frac{m_0 \mathcal{G}_0}{m + m_0} \Rightarrow \frac{0,009 \cdot 900}{0,9 + 0,009} \approx 9 \text{ м/с} .$ |
| <p><math>\mu - ?</math></p>  |   | <p>Ускорение испытанное этим бруском при</p>   |
|  |   | <p>торможении</p>  |

$$a = \frac{g^2}{2l} \Rightarrow \frac{81}{2 \cdot 9} = 4,5 \text{ м/с}^2.$$

Работа силы трения  
 $F_{mp} = \mu(m + m_0)g$  равна  
 первоначальной кинетической энергии  
 бруска в начале  
 движения  $\mu(m + m_0)g \cdot l = \frac{(m + m_0)g^2}{2}$ ,

$$\text{отсюда } \mu = \frac{g^2}{2gl} \Rightarrow \frac{81}{2 \cdot 10 \cdot 9} = 0,45.$$

Ответ:  $\mu = 0,45$ .

219. Пуля массой 12 г, летящая со скоростью 600 м/с попадает в доску и углубляется на 6 см. Найти среднюю силу сопротивления доски и работу совершенную пулей над доской.

220. На тело действует сила направленное по оси  $Ox$  и равна 30 Н. Координата тела изменяется по закону  $x = 8 + 3t + t^2$ . Какую работу совершает сила за 10 с?

221. Автомобиль массой 1,5 т трогается с места с ускорением  $2 \text{ м/с}^2$  и разгоняется в течении 6 с на горизонтальной дороге. Какую работу совершает за это время сила тяги, если коэффициент сопротивления движению равен 0,015?

222. Подъемный кран поднимает груз массой 4 т со скоростью 9 м/мин. Определить мощность двигателя крана, если его КПД равен 60%.

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| <p>Дано:<br/> <math>m = 4 \text{ т}</math><br/> <math>g = 9 \text{ м/мин}</math><br/> <math>\eta = 60\%</math><br/> <math>g = 9,8 \text{ м/с}^2</math></p> | <p>СИ<br/> <math>4 \cdot 10^3 \text{ кг}</math><br/> <math>0,15 \text{ м/с}</math></p> | <u>Решение</u>   |  |
| <p><math>N = ?</math></p>  |  | <p>Запишем формулу КПД:<br/> <math display="block">\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{затр}}} 100\% . \quad (1)</math></p>  |  |
|  |  | <p>Здесь <math>A_{\text{пол}}</math> - полезная работа, т.е. та работа, которую необходимо совершить. В нашем случае необходимо поднять груз на высоту <math>H</math>. <math>A_{\text{пол}} = mgH</math>. <math>(2)</math></p> |  |
|  |  | <p>Затраченную работу найдем, умножив</p>  |  |

мощность двигателя на время подъема груза на высоту  $H$ :

$$A_{затр} = Nt . \quad (3)$$

Нам ни время подъема, ни высота не даны, но мы знаем, что движение равномерное, значит, высоту можно представить как произведение известной скорости и времени:  $H = \mathcal{G}t$  . (4)

Подставим (2), (3) и (4) в (1):

$$\eta = \frac{mgH}{Nt} 100\% = \frac{mg \mathcal{G}t}{Nt} 100\% = \frac{mg \mathcal{G}}{N} 100\% . \quad (5)$$

Из (5) определим искомую мощность:

$$N = \frac{mg \mathcal{G}}{\eta} 100\% .$$

$$N = \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,15}{60} 100 = 9800 \text{ Вт} = 9,8 \text{ кВт} .$$

*Ответ:*  $N = 9,8 \text{ кВт}$ .

**223.** Подъемный кран должен в течение 6 ч поднять 2000 т строительных материалов на высоту 12 м. Какова мощность двигателя крана, если КПД установки 60%?

**224.** На какой высоте кинетическая энергия свободно падающего тела равна его потенциальной энергии, если на высоте 45 м, его скорость равна 30 м/с?

**225.** На пружине подвешен груз массой 200 кг, под действием которого пружина удлинилась на 40 см. Определить энергию деформированной пружины.

**226.** Неподвижная лодка вместе с находящимся в ней охотником имеет массу 180 кг. Охотник стреляет из ружья в горизонтальном направлении. Если масса пули 9 г, а ее скорость при выстреле 720 м/с спрашивается какую скорость получит лодка и в каком направлении.

**227.** Два пластилиновых шарика массами 0,2 кг и 0,3 кг летят навстречу друг другу со скоростями 30 м/с и 10 м/с. В результате столкновения они слипаются. Определить скорость

комка после столкновения, а также изменение внутренней энергии шариков.

**Решение**

$$m_1 g_1 - m_2 g_2 = (m_1 + m_2) g$$

$$Q = \frac{m_1 g_1^2}{2} + \frac{m_2 g_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) g^2}{2}$$

$$g = \frac{m_1 g_1 - m_2 g_2}{m_1 + m_2} = \frac{0,2 \cdot 30 - 0,3 \cdot 10}{0,2 + 0,5} = \frac{4}{0,5} = 8 \text{ м/с}$$

$$Q = \frac{0,2 \cdot 30^2}{2} + \frac{0,3 \cdot 10^2}{2} - \frac{(0,2 + 0,3) \cdot 8^2}{2} = 90 + 15 - 19 = 89 \text{ Дж.}$$

*Ответ:*  $g = 8 \text{ м/с}$ ,  $Q = 89 \text{ Дж}$ .

**228.** Грузенный вагон массой 60 т спущенный с горки и движущийся со скоростью 15 м/с догоняет движущийся в том же направлении пустой вагон массой 20 т и сцепляется с ним. Какова была скорость пустого вагона, если скорость сцепленных вагонов после сцепки стала 12 м/с?

**229.** Железнодорожный вагон массой 120 т двигался со скоростью 10 м/с и столкнулся со стоящим вагоном массой 60 т. После сцепки они стали двигаться вместе. Определить, какая по величине механическая энергия преобразовалась при этом во внутреннюю энергию взаимодействующих тел?

**230.** Мальчик массой 60 кг, стоял на очень гладком льду бросает груз массой 6 кг под углом  $45^\circ$  к горизонту со скоростью 10 м/с. Какую скорость приобретает мальчик.

**231.** Автомобиль массой 1200 кг подъезжает со скоростью 20 м/с к подъему высотой 6 м. В конце подъема его скорость уменьшается до 8 м/с. Каково изменение механической энергии автомобиля?

**232.** Человек вращает камень, привязанный к шнуру длиной 0,6 м, в вертикальной плоскости с частотой 4 об/с. На какую высоту взлетит камень, если шнур оборвется в тот момент, когда скорость камня направлена вертикально вверх? Сопротивлением пренебречь.

Дано:

$$\mathcal{G}_0 = 0$$

$$v = 4,06 \text{ м/с}$$

$$l = 0,6 \text{ м}$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$h = ?$

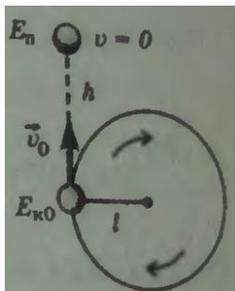


Рис. 7.

### Решение

К движению камня можно применить закон сохранения механической энергии: кинетическая энергия камня в момент его отрыва от шнура  $E_{k0}$  равна его потенциальной энергии  $E_p$  на высоте  $h$  (рис. 7):  $E_{k0} = E_p$  или

$$\frac{m\mathcal{G}_0^2}{2} = mgh. \quad (1)$$

Линейная скорость камня  $\mathcal{G}_0$  связана с его угловой скоростью  $\omega$  известным из кинематики соотношением:

$$\mathcal{G}_0 = \omega R, \text{ где } R = l.$$

В свою очередь угловая скорость связана с частотой вращения формулой  $\omega = 2\pi\nu$ . Тогда  $\mathcal{G}_0 = 2\pi\nu l$ . (2)

Подставим (2) в (1): 
$$\frac{m(2\pi\nu l)^2}{2} = mgh.$$

Сократим не известную нам массу камня и найдем искомую высоту:  $2(\pi\nu l)^2 = gh$ , откуда

$$h = 2 \frac{(\pi\nu l)^2}{g}.$$

Подставим числа и произведем вычисления:

$$h = 2 \frac{(3,14 \cdot 4 \cdot 0,6)^2}{9,8} = 11,6 \text{ м.}$$

Ответ:  $h = 11,6 \text{ м.}$

233. Начальная скорость снаряда из пушки равна 500 м/с. Выстрел произведен вертикально вверх. В точке максимального подъема снаряд разорвался на два осколка, массы которых относятся как 1:3. Осколок меньшей массы полетел горизонтально со скоростью 800 м/с. На каком расстоянии от точки выстрела упадет второй осколок? Считать поверхность Земли плоской и горизонтальной.

234. Вагонетка массой 100 кг движется по инерции по рельсам со скоростью 3 м/с. Когда она проезжает мимо рабочего, он аккуратно кладет на нее ящик массой 10 кг. С какой скоростью вагонетка продолжит движение?

235. Автомобиль мощностью  $N_1$  развивает скорость  $\mathcal{V}_1$ , а автомобиль мощностью  $N_2$  развивает скорость  $\mathcal{V}_2$ . Какую скорость  $\mathcal{V}$  разовьют эти автомобили, если их сцепить жестким тросом?

|   |   |
|---|---|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>N_1</math><br/> <math>\mathcal{V}_1</math><br/> <math>N_2</math><br/> <math>\mathcal{V}_2</math><br/> <math>\mathcal{V} - ?</math></p> | <p style="text-align: center;"><b><u>Решение</u></b></p> <p>Мощность первого автомобиля можно выразить как произведение его силы тяги <math>F_1</math> на его скорость:</p> $N_1 = F_1 \mathcal{V}_1. \quad (1)$ <p>Аналогично, для второго автомобиля: <math>N_2 = F_2 \mathcal{V}_2</math>.</p> $(2)$ <p>Для автомобилей, сцепленных жесткой сцепкой и одновременно развивающих мощности <math>N_1</math> и <math>N_2</math>, подобная формула будет выглядеть так:</p> $N_1 + N_2 = (F_1 + F_2) \mathcal{V}. \quad (3)$ <p>Выразим из (1) и (2) силы тяги и подставим в (3):</p> $F_1 = \frac{N_1}{\mathcal{V}_1}, \quad F_2 = \frac{N_2}{\mathcal{V}_2},$ $N_1 + N_2 = \left( \frac{N_1}{\mathcal{V}_1} + \frac{N_2}{\mathcal{V}_2} \right) \mathcal{V} \quad \text{или}$ $N_1 + N_2 = \frac{N_1 \mathcal{V}_2 + N_2 \mathcal{V}_1}{\mathcal{V}_1 \mathcal{V}_2} \mathcal{V}$ <p>откуда <math>\mathcal{V} = \frac{\mathcal{V}_1 \mathcal{V}_2 (N_1 + N_2)}{N_1 \mathcal{V}_2 + N_2 \mathcal{V}_1}</math>.</p> <p style="text-align: right;"><i>Ответ:</i> <math>\mathcal{V} = \frac{\mathcal{V}_1 \mathcal{V}_2 (N_1 + N_2)}{N_1 \mathcal{V}_2 + N_2 \mathcal{V}_1}</math>.</p> |
|---|---|

236. Лыжник массой 80 кг спустился с горы высотой 30 м. Какой была сила сопротивления его движению по горизонтальной

лыжне после спуска, если он остановился, проехав 200 м. Считать, что по склону горы он скользил без трения.

237. Шарик массой  $m$  упруго ударяется об неподвижную стенку, двигаясь со скоростью  $\mathcal{V}$ , составляющей угол  $\alpha$  с перпендикуляром к стенке. Выразить в виде формулы модуль импульса  $p$ , который шарик сообщает стенке.

238. Камень массой 5 кг падает под углом  $60^\circ$  к горизонту со скоростью 20 м/с в тележку с песком общей массой 15 кг покоящегося на горизонтальных рельсах. Чему равен импульс тележки с застрявшим в песке камнем? Какую скорость приобретает тележка? Силы трения не учитывать.

## 1.5. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

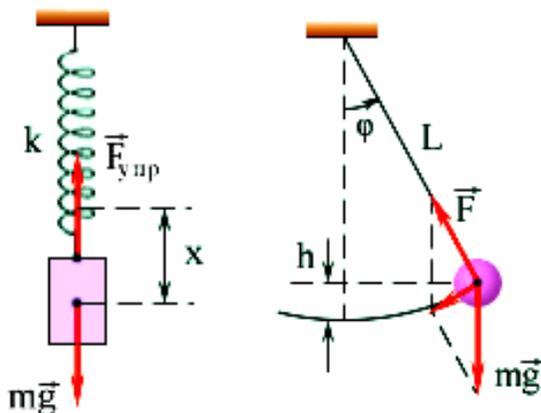
Гармонические колебания – колебания, при которых физическая величина, характеризующая эти колебания, изменяется во времени по синусоидальному закону  $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$ , где  $x$  – значение колеблющейся величины в момент времени  $t$ ,  $A$  – амплитуда колебаний,  $\omega$  – циклическая (или круговая) частота,  $(\omega t + \varphi_0)$  – фаза гармонических колебаний,  $\varphi_0$  – начальная фаза. Скорость и ускорение тоже меняются по гармоническому закону

$$v(t) = A \omega \cos(\omega t + \varphi_0), a(t) = -A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0).$$

### Вынужденные

колебания, происходящие под действием меняющейся во времени внешней силы, которая совершает работу.

### колебания



**Математический маятник** – колеблющаяся материальная точка, подвешенная на невесомой и нерастяжимой нити. Малые колебания математического маятника происходят по гармоническому закону:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0), \text{ где } \omega^2 = \frac{g}{l} \text{ т.е. с периодом } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \text{ По}$$

гармоническому закону колеблется и **пружинный маятник**, состоящий из груза массой  $m$  и пружины жесткостью  $k$  с периодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \text{ где } \omega^2 = \frac{k}{m}.$$

**Превращения энергии при свободных механических колебаниях.** При гармонических колебаниях происходит периодическое превращение кинетической энергии в потенциальную и наоборот. Если в колебательной системе отсутствует трение, то полная механическая энергия при свободных колебаниях остается неизменной. Для груза на пружине

$$E = E_k + E_n = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{kx^2}{2}.$$

$$\text{Для математического маятника } E = E_k + E_n = \frac{m\vartheta^2}{2} + mgh.$$

**Звук.** Звуковыми волнами или просто звуком принято называть волны, воспринимаемые человеческим ухом. Диапазон звуковых частот лежит в пределах приблизительно от 20 Гц до 20 кГц. Волны с частотой менее 20 Гц называются ***инфразвуком***, а с частотой более 20 кГц – ***ультразвуком***. Соотношения между

круговой частотой  $\omega$ , длиной волны  $\lambda$ , скоростью звука  $\vartheta$ :  $\vartheta = \frac{\lambda}{T}$ ,

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}.$$

**239.** Запишите уравнение гармонического колебательного движения материальной точки, совершающей колебание с амплитудой 5 см причем за время 2 мин совершается 300 колебаний. Начальная фаза колебаний  $30^0$ .

|   |   |  |
|---|---|--|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>A=5\text{см}</math><br/> <math>N=300</math><br/> <math>t=2\text{мин}</math><br/> <math>\varphi=30^\circ</math></p> | <p><i>СИ</i><br/> <math>0,05\text{м}</math><br/> <math>120\text{с}</math><br/> <math>\frac{\pi}{6}</math></p> | <p style="text-align: center;"><u><b>Решение</b></u></p> <p>Уравнение гармонических колебаний:<br/> <math>x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)</math>. (1)</p> <p>Круговая частота и период колебаний связаны соотношением:<br/> <math display="block">\omega = \frac{2\pi}{T}</math></p> <p>Зная число колебаний, совершающихся за время, найдем период колебаний: <math>T = \frac{t}{N}</math>.</p> <p>Тогда: <math>\omega_0 = \frac{2\pi N}{t} = 5\pi \text{с}^{-1}</math>. (2)</p> <p>Учитывая значения (2), искомое уравнение согласно формуле (1) запишется в виде: <math>x = 0,05 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right)</math>, м.</p> <p style="text-align: center;"><i>Ответ:</i> <math>x = 0,05 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right)</math>, м.</p> |
| <p><math>x(t) - ?</math></p>  |   |  |

**240.** Какое значение получил ученик для ускорения свободного падения при выполнении лабораторной работы, если маятник длиной 80 см совершил за 1 мин 34 колебания.

**241.** Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой 3 см, если за время 1 мин совершается 150 колебаний и начальная фаза колебаний  $\pi/4$ .

**242.** Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой 0,1 м, периодом 4 с и начальной фазой  $\varphi = 0$ .

**243.** Частота колебаний крыльев комара 600 Гц, а период колебаний крыльев шмеля 5 мс. Какое из насекомых и на сколько больше сделает при полете взмахов крыльями за 1 мин?

|   |   |  |
|---|---|--|
| <p><b>Дано:</b><br/> <math>v_k = 600 \text{ Гц}</math><br/> <math>T = 5 \text{ мс}</math><br/> <math>t = 1 \text{ мин}</math></p> | <p><b>СИ</b></p> <p><math>5 \cdot 10^{-3} \text{ с}</math><br/> <math>60 \text{ с}</math></p> | <p style="text-align: center;"><u><b>Решение</b></u></p> $\Delta n = v_k t - \frac{t}{T} = \left( v_k - \frac{1}{T} \right) t .$ $\Delta n = \left( 600 - \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} \right) 60 = 2,4 \cdot 10^4 .$ <p>Т.к. <math>\Delta n &gt; 0</math>, то больше колебаний делает комар.</p> <p style="text-align: right;"><i>Ответ:</i> <math>\Delta n = 2,4 \cdot 10^4</math>.</p> |
| <p><math>\Delta n - ?</math></p>  |   |  |

**244.** Найти массу груза, который на пружине жесткостью 250 Н/м совершает 20 колебаний за 16 с.

**245.** На какое расстояние надо отвести от положения равновесия груз массой 600 г закрепленный на пружине жесткостью 0,3 мН/м, чтобы он проходил положения равновесия со скоростью 0,5 м/с.

**246.** Длина звуковой волны в воздухе для самого низкого голоса достигает 4,3 м, а для самого высокого женского голоса 25 см. Найти частоту колебаний этих голосов.

**247.** Гармонические колебания величины  $S$  описываются уравнением  $s = 0,02 \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ , м. Определите амплитуду колебаний, циклическую частоту, частоту колебаний, период колебаний.

**248.** Материальная точка совершает гармонические колебания с амплитудой 4 см и периодом 2 с. Напишите уравнения движения точки, если ее движение начинается из положения  $x_0 = 2$  см.

**249.** Горизонтальная платформа совершает колебания в горизонтальной плоскости с амплитудой  $A$  и периодом  $T$ . На ее краю лежит тело. При каком наименьшем коэффициенте трения  $k$  тело начинает скользить по платформе?

|   |   |
|---|---|
| <p><b>Дано:</b><br/> <math>A</math><br/> <math>T</math></p> | <p style="text-align: center;"><u><b>Решение</b></u></p> <p>В момент начало скольжения сила трения <math>F_{тр}</math>,</p> |
|---|---|

***k*** - ?

действующая на тело, согласно второму закону Ньютона, станет равна произведению его массы и ускорения:

$$F_{mp} = ma . \quad (1)$$

Ускорение тела связано с его циклической частотой и амплитудой колебаний формулой:

$$a = \omega^2 A , \quad (2)$$

где циклическую частоту колебаний выразим через

известный нам период:  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ . (3)

С учетом этого выражение (2) примет вид:

$$a = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 A . \quad (4)$$

Силу трения выразим через коэффициент трения и силу тяжести:  $F_{mp} = kmg$ . (5)

Нам осталось подставить равенства (4) и (5) в формулу (1) и из полученного выражения определить коэффициент трения:

$$kmg = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 A , \text{ откуда } k = \frac{A}{mg} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 .$$

$$\text{Ответ: } k = \frac{A}{mg} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 .$$

**250.** Запишите уравнение гармонического колебательного движения точки, совершающей колебания с амплитудой 8 см если за 1 минуту совершается 120 колебаний и начальная фаза колебаний равна  $45^\circ$ .

**251.** Запишите уравнение гармонического колебательного движения материальной точки, совершающей колебания с амплитудой 5 см причем за время 2 минуты совершается 300 колебаний. Начальная фаза колебаний равна  $30^\circ$ .

**252.** Осциллятор совершил 360 колебаний за 60 с. Определить период, частоту и циклическую частоту колебаний осциллятора.

253. Вычислить период, частоту свободных колебаний нитяного маятника, длина нити которого равна 1,96 м. Сколько времени будут длиться 10 колебаний этого маятника?

254. Масса грузика прикрепленного к пружине равна 400 г. Определить период, частоту колебаний этого пружинного маятника, если жесткость пружины равна 50 Н/м. Сколько колебаний совершит этот маятник за 40 с?

255. Каково ускорение свободного падения в данном месте Земли, если маятник длиной 20 м делает за час 1200 полных колебаний?

256. Шарик подвешенный на длинной нити при отклонении от положения равновесия подняли на высоту 15 см. Какую скорость будет иметь шарик при прохождении положения равновесия?

257. Поплавок на волнах за 20 с совершил 30 колебаний, а на расстоянии 20 м наблюдатель насчитал 10 гребней. Чему равна скорость волны?

Дано:

$$T=20\text{с}$$

$$S=20\text{м}$$

$$N_1=30$$

$$N_2=10$$

$$g - ?$$

### Решение

Скорость волны равна отношению длины волны к периоду колебания частиц в ней:  $g = \frac{\lambda}{T}$ . (1)

Период – время одного колебания, определим, разделив все на время, за которое насчитали  $N_1$  гребней, на их число:

$$T = \frac{t}{N_1}. \quad (2)$$

Подставим (2) в (1):  $g = \frac{\lambda N_1}{t}$ .

Длину волны найдем, разделив  $S$  на  $N_2$ :  $\lambda = \frac{S}{N_2}$ .

Подставив (4) в (3), решим задачу:  $g = \frac{SN_1}{tN_2}$ .

Произведем вычисления:  $g = \frac{20 \cdot 30}{20 \cdot 10} = 3\text{м/с}$ .

Ответ:  $g = 3\text{м/с}$ .

258. Наибольшую чувствительность ухо имеет к частоте 3,6 кГц. Какова длина звуковой волны?

259. Длина продольной звуковой волны распространяющейся в воде со скоростью 1498 м/с равна 3,4 м. Определить частоту источника, вызывающего эту волну.

260. Чему равна скорость звука в граните, если колебания с периодом 0,5 мс вызывают звуковую волну, длина которой равна 3 м?

## 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕРМОДИНАМИКА

### 2.1. ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Броуновское движение – беспорядочное движение мелких частиц, взвешенных в жидкости или газе, связанное непрерывными беспорядочными соударениями этих частиц с молекулами жидкости (газа).

Диффузией называется самопроизвольное проникновение между соприкасающихся веществ в межмолекулярные промежутки друг друга вследствие теплового движения.

Модель идеального газа в молекулярно-кинетической теории. Идеальный газ – модель состояния вещества, в которой относительно его молекул принимаются следующие предположения:

1. Число молекул в газе велико:  $N \gg 1$
2. Молекулы не взаимодействуют друг с другом
3. Молекулы газа совершают неупорядоченное, хаотичное движение.

Количество вещества – это физическая величина, характеризующая число структурных единиц в теле (атомов в атомарном веществе, молекул – в молекулярном). Единицей количества вещества в СИ является моль. Один моль равен количеству вещества, в котором содержится столько же атомов или

молекул, сколько атомов содержится в чистом углероде массой 0,012 кг. Такое число атомов называется числом Авогадро. Оно равно  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  1/моль. Количество вещества  $\nu = N/N_A = m/M$ , где  $m$  - масса любого количества вещества, содержащего  $N$  молекул,  $M$  – молярная масса вещества (кг/моль).

Масса молекулы может быть рассчитана на основе молярной массы и числа Авогадро:  $m_0 = M / N_A$ .

Средней квадратичной скоростью молекул в газе называется величина  $\bar{g}_{KB} = \sqrt{\bar{g}^2} = \sqrt{\frac{g_1^2 + g_2^2 + \dots + g_N^2}{N}}$ . Если масса каждой молекулы в газе равна  $m_0$ , то средняя кинетическая энергия этих молекул равна произведению среднего квадрата скорости и коэффициента:  $E_\kappa = \frac{1}{2} m_0 \bar{g}^2$ .

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа связывает макропараметры системы – давление  $p$  и концентрацию молекул  $n = \frac{N}{V}$  с ее микропараметрами – массой молекул, их средним квадратом скорости или средней кинетической энергией:  $p = \frac{1}{3} n m_0 \bar{g}^2 = \frac{1}{3} \rho \bar{g}^2 = \frac{2}{3} n E_\kappa$ , где  $\rho = n m_0$  - плотность газа.

Уравнение Менделеева – Клапейрона (уравнение состояния идеального газа):  $pV = \frac{m}{M} RT$ , где  $R = 8,31$  Дж/(К·моль) – универсальная газовая постоянная.  $\frac{PV}{T} = const$ .

Связь температуры со средней кинетической энергией молекул вещества:  $E_\kappa = \frac{3}{2} kT$ , где  $k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана. Используя это выражение, основное уравнение МКТ:  $p = nkT$ .

Парциальное давление. Закон Дальтона: суммарное давление смеси равно сумме давлений, которое оказывал бы

каждый из газов, помещенный в тот же сосуд отдельно от остальных:  $p = p_1 + p_2 + \dots + p_n$ .

**Изопроцессы.** При осуществлении изопроцессов с идеальным газом первый закон термодинамики и уравнение Менделеева–Клапейрона позволяют рассчитать изменение внутренней энергии  $\Delta U$ , совершенную газом работу  $A$  (или над ним  $A_{\text{внешн}}$ ) и количество теплоты  $Q$ , подведенное к газу (отведенное от газа) в ходе процесса.

**Изохорный** ( $V = \text{const}$ ):  $Q = \Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \nu C_V \Delta T$ ;  $A = 0$ .

$$\frac{p}{T} = \text{const}.$$

**Изобарный** ( $p = \text{const}$ ):  $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$ ;  $A = p \Delta V = \nu R \Delta T$ ;

$$Q = \Delta U + A = \frac{5}{2} \nu R \Delta T = \frac{5}{2} p \Delta V. \quad \frac{V}{T} = \text{const}.$$

**Изотермический** ( $T = \text{const}$ ):  $\Delta U = 0$ ;  $Q = A = \nu R T \ln \frac{V_2}{V_1}$ .  $pV = \text{const}$ .

**Адиабатный** ( $Q = 0$ ):  $A = -\Delta U$ .

**Насыщенный и ненасыщенный пар.** Пар, находящийся в динамическом равновесии со своей жидкостью, называется *насыщенным*. Название «насыщенный» подчеркивает, что в данном объеме при данной температуре не может находиться большее количество пара.

**Влажность воздуха.** Физическая величина, характеризующая содержание в воздухе водяного пара, называется *влажностью воздуха*. Относительная влажность воздуха – это отношение парциального давления (или концентрации молекул) водяного пара, содержащегося в воздухе при данной температуре, к давлению (концентрации) насыщенного пара при той же температуре. Выражается:  $\varphi = \frac{p_{\text{пара}}}{p_{\text{нас.пара}}} \cdot 100\% = \frac{n_{\text{пара}}}{n_{\text{нас.пара}}} \cdot 100\%$ .

**Удельная теплота парообразования  $r$**  – это скалярная физическая величина, численно равная количеству теплоты, которое необходимо для превращения жидкости массой 1 кг в пар при постоянной температуре. Для перевода жидкости массой  $m$  в

пар требуется количество теплоты  $Q_n = r m$ . При конденсации определенной массы вещества выделяется такое же количество теплоты, которое поглощается при испарении той же массы.

**Изменение внутренней энергии при плавлении и кристаллизации.** При плавлении кристаллов происходит разрушение кристаллической решетки, что требует передачи телу определенного количества энергии:  $Q_{пл} = \lambda m$ ,  $\lambda$  – удельная теплота плавления вещества,  $m$  – масса расплавившегося тела.

Кристаллизация сопровождается выделением определенного количества теплоты, которое равно количеству теплоты, затраченному на плавление такой же массы кристаллического вещества при переводе его в жидкое состояние.

## 2.2. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

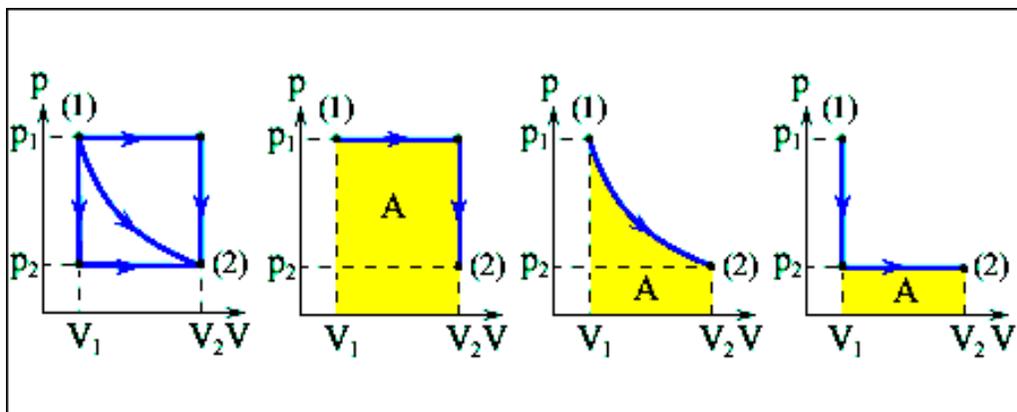
**Внутренняя энергия  $U$**  – энергия системы, включающая кинетическую энергию хаотичного (теплого) движения микрочастиц системы (молекул, атомов и т. д.) и потенциальную энергию взаимодействия этих частиц друг с другом. *Внутренняя энергия идеального газа не зависит от его объема, а зависит лишь от его температуры и количества молекул.* Для количества вещества  $\nu$  одноатомного идеального газа при температуре  $T$  его внутренняя энергия равна  $U = \frac{3}{2} \nu RT$ .

**Количество теплоты**, полученное телом из вещества теплоемкостью  $c$  в ходе теплопередачи с изменением температуры тела от начальной  $T_n$  до конечной  $T_k$ , равно:  $Q = cm(T_k - T_n)$ , где *удельная теплоемкость  $c$* .

**Удельная теплоемкость  $c$**  – это скалярная физическая величина, численно равная количеству теплоты, которое получает или отдает вещество массой 1 кг при изменении его температуры на 1 К.

**Работа в термодинамике.** Работа газа положительна ( $A > 0$ ) при расширении газа и отрицательна ( $A < 0$ ) при его сжатии. Работа газа по модулю численно совпадает с площадью фигуры под графиком зависимости давления от объема на  $pV$  – диаграмме.

Три различных пути перехода из состояния (1) в состояние (2). Во всех трех случаях газ совершает разную работу, равную

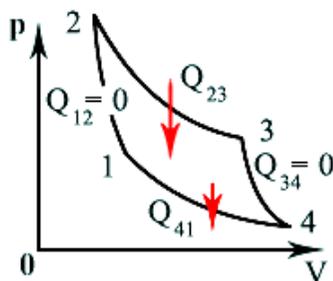


площади под графиком процесса.

**Первый закон термодинамики:** внутренняя энергия определяется только состоянием системы, причем изменение внутренней энергии системы при переходе ее из одного состояния в другое равно сумме работы внешних сил и количества теплоты, переданного системе:  $\Delta U = A_{\text{внешн}} + Q$ .

Если при нагревании газ расширяется и при этом совершает работу  $A$ , то первый закон термодинамики можно сформулировать по-другому:  $Q = \Delta U + A$ , т.е. количество теплоты, переданное газу, равно сумме изменения его внутренней энергии и работы, совершенной газом.

**Второй закон термодинамики:** невозможен тепловой двигатель, который совершал бы работу только за счет источника теплоты, т.е. без холодильника.



**Тепловой двигатель (машина)** – это устройство, которое совершает механическую работу циклически за счет энергии, поступающей к нему в ходе теплопередачи. **Коэффициентом полезного действия** теплового двигателя (КПД) называется отношение работы, совершаемой двигателем, к количеству

теплоты, полученному от нагревателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_{нагр}} = \frac{Q_{нагр} - |Q_{хол}|}{Q_{нагр}} = 1 - \frac{|Q_{хол}|}{Q_{нагр}}.$$

**Цикл Карно. КПД идеального теплового двигателя.**

Наибольшим КПД при заданных температурах нагревателя  $T_{нагр}$  и холодильника  $T_{хол}$  обладает тепловой двигатель, где рабочее тело расширяется и сжимается по *циклу Карно*, график которого состоит из двух изотерм (2–3 и 4–1) и двух адиабат (3–4 и 1–2).

$$\eta = \frac{T_{нагр} - T_{хол}}{T_{нагр}} = 1 - \frac{T_{хол}}{T_{нагр}}.$$

261. Какова масса 800 моль углекислого газа?

262. Сколько молекул содержится углекислом газе (CO<sub>2</sub>) массой 1 г?

263. Определите число атомов 1 кг водорода и массу одного атома водорода.

264. На изделие, имеющее форму круглой пластинки диаметром 2 см, нанесен слой меди толщиной 2 мкм. Найти число атомов меди, содержащихся в этом покрытии. Плотность меди  $8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , Молярная масса меди 0,064кг/моль.

|   |   |   |
|---|---|---|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>d=2\text{см}</math><br/> <math>h=2\text{мкм}</math><br/> <math>\rho=8,9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}</math><br/> <math>M=0,064</math><br/> <math>\frac{\text{кг}}{\text{моль}}</math><br/> <math>N - ?</math></p> | <p><i>СИ</i><br/> <math>2 \cdot 10^{-2} \text{м}</math><br/> <math>2 \cdot 10^{-6} \text{м}</math><br/> <math>6 \text{м}</math></p> | <p><b><u>Решение</u></b><br/>         Объем нанесенного на пластинку медного покрытия равен произведению ее площади покрытия на толщину:<br/> <math>V = Sh</math>, где <math>S = \frac{\pi d^2}{4}</math>, поэтому <math>V = \frac{\pi d^2}{4} h</math>.<br/>         Зная объем и плотность меди, определим массу меди: <math>m = \rho V = \frac{\pi d^2}{4} \rho h</math>.<br/>         Зная массу меди, т.е. массу всех атомов в ней, можно найти число атомов меди, если разделить массу меди на массу одного атома: <math>N = \frac{m}{m_0}</math> или</p> |
|---|---|---|

$$N = \frac{\pi d^2 \rho h}{4m_0}. \quad (1)$$

Масса молекулы азота находим через массу моля и число Авогадро:

$$m = \frac{N}{N_A}, \quad N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}. \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), получим окончательно:

$$N = \frac{\pi d^2 \rho h N_A}{4M}.$$

Произведем вычисления:

$$N = \frac{3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{4 \cdot 0,064} = 5 \cdot 10^{19}.$$

*Ответ:*

$$N = 5 \cdot 10^{19}.$$

265. Найти число атомов в алюминиевом предмете массой 135 г?

266. На изделие, поверхность которого  $20 \text{ см}^2$ , нанесен слой серебра толщиной 1 мкм. Сколько атомов серебра содержится в покрытии?

267. Найти концентрацию молекул кислорода, если давление 0,2 МПа, а средняя квадратичная скорость равна 700 м/с.

268. Найти температуру газа при давлении 100 кПа и концентрации молекул  $10^{25} \text{ м}^{-3}$ .

|   |  |  |
|---|--|--|
| <i>Дано:</i><br>$S=20 \text{ см}^2$<br>$h=1 \text{ мкм}$<br>$\rho=10,5 \cdot 10^3$<br>$\text{кг/м}^3$ | <i>СИ</i><br>$0,02$<br>$\text{м}$<br>$10^4$<br>$\text{кг/м}^3$ | <u><b>Решение</b></u><br>$N = N_A \frac{m}{M}; \quad m = \rho S h.$<br>$N = \rho \frac{N_A}{M} S h.$ |
|---|--|--|

|   |  |
|---|--|
| $M=0,108 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ | $N = 10,5 \cdot 10^3 \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{0,108} \cdot 0,02 \cdot 10^{-6} \approx 1,2 \cdot 10^{20}$<br><i>Ответ: <math>N \approx 1,2 \cdot 10^{20}</math>.</i> |
| $N - ?$                                 |  |

269. Найти число молекул азота в одном кубическом метре при давлении  $1,01 \cdot 10^5$  Па, если средняя квадратичная скорость молекул 500 м/с.

|   |   |
|---|---|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>p=1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}</math><br/> <math>\bar{v}=500 \text{ м/с}</math><br/> <math>M=28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}</math></p> | <p style="text-align: center;"><b><u>Решение</u></b></p> <p>Концентрация молекул входит в основное уравнение МКТ идеального газа: <math>p = \frac{2}{3} n \frac{m \bar{v}^2}{2}</math>,</p> <p>отсюда: <math>n = \frac{3p}{m \bar{v}^2}</math>.</p> <p>Масса молекулы азота находим через массу моля и число Авогадро: <math>m = \frac{M}{N_A}</math>,</p> <p><math>N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}</math>.</p> <p>Поэтому: <math>n = \frac{3p N_A}{M \bar{v}^2}</math>.</p> <p>Вычисления:</p> $n = \frac{3 \cdot 1,01 \cdot 10^5 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{28 \cdot 10^{-3} \cdot (500)^2} \approx 2,6 \cdot 10^{27} \text{ м}^{-3}.$ <p style="text-align: right;"><i>Ответ: <math>n \approx 2,6 \cdot 10^{27} \text{ м}^{-3}</math>.</i></p> |
| $n - ?$   |   |

270. При какой температуре средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа равна  $6,21 \cdot 10^{-21}$  Дж.

271. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул водорода равна 2400 м/с?

272. Чему равен объем 50 молей ртути? Молярная масса ртути 0,201 кг/моль, плотность ртути  $13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

|  |   |
|--|---|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3</math><br/> <math>\nu = 50 \text{ моль}</math><br/> <math>M = 0,201 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}</math><br/> <b><math>V = ?</math></b></p> | <p style="text-align: center;"><b><u>Решение</u></b></p> <p>Плотность вещества определяется отношением его массы к объему: <math>\rho = \frac{m}{V}</math>,</p> <p>откуда <math>V = \frac{m}{\rho}</math>. (1)</p> <p>Массу ртути можно определить, если умножить число ее молей на массу всех молекул в одном моле, т.е. на молярную массу ртути:</p> $m = \nu M. \quad (2)$ <p>Подставим (2) в (1), мы решим задачу в общем виде:</p> $V = \frac{\nu M}{\rho}.$ <p>Произведем вычисления:</p> $V = \frac{50 \cdot 0,201}{13,6 \cdot 10^3} \text{ м}^3 = 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 0,74 \text{ л}.$ <p style="text-align: right;"><i>Ответ:</i> <math>V = 0,74 \text{ л}.</math></p> |
|--|---|

273. Определите среднюю кинетическую энергию молекул одноатомного газа и концентрацию молекул при температуре 290 К и давлении 0,8 МПа.

274. В сосуде находится газ. Какое давление он производит на стенки сосуда, если масса газа 5 г, его объем 1 л, средняя квадратичная скорость молекул 500 м/с.

275. За сутки из стакана испарилось 10 г воды. Сколько молекул в среднем вылетало с поверхности воды за 1 с? Молярная масса воды 0,018 кг/моль.

|  |  |   |
|--|--|---|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>t = 1 \text{ сут}</math><br/> <math>m = 10 \text{ г}</math></p> | <p><i>СИ</i><br/> <b>86400</b><br/> <i>с</i></p> | <p style="text-align: center;"><b><u>Решение</u></b></p> <p>В воде массой <math>m</math> содержится <math>N</math> молекул. Это число равно отношению</p> |
|--|--|---|

|   |                   |   |
|---|-------------------|---|
| $t_1 = 1 \text{ с}$<br>$M = 0,018$<br>$\frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ | $0,01 \text{ кг}$ | <p>всей массы <math>m</math> к массе одной молекулы:<br/> <math>N = \frac{m}{m_0}</math>, где масса одной молекулы:<br/> <math>m_0 = \frac{M}{N_A}</math>, поэтому <math>N = \frac{mN_A}{M}</math>. (1)</p> <p>За время <math>t</math> испарилось <math>N</math> молекул, а за время <math>t_1</math> испарилось искомое <math>N_1</math> молекул. Можно составить пропорцию:<br/> <math>\frac{N}{N_1} = \frac{t}{t_1}</math>, откуда <math>N_1 = N \frac{t_1}{t}</math>. (2)</p> <p>Подставим (1) в (2): <math>N_1 = \frac{mN_A t_1}{Mt}</math>.</p> <p>Вычисления:<br/> <math>N_1 = \frac{0,01 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 1}{0,018 \cdot 86400} = 4 \cdot 10^{18}</math>.</p> <p style="text-align: right;"><i>Ответ:</i> <math>N_1 = 4 \cdot 10^{18}</math>.</p> |
|---|-------------------|---|

**276.** В сосуде объемом 90 л находится 20 г водорода при температуре 27°C. Определить его давление.

**277.** Какая масса воздуха требуется для наполнения камеры в шине автомобиля, если ее объем 12 л. Камеру накачивают при температуре 27°C до давления  $2,2 \cdot 10^5$  Па.

**278.** Найти среднюю квадратичную скорость молекулы водорода при температуре 27°C.

**279.** Чему равна средняя квадратичная скорость молекулы углекислого газа при температуре 700 К?

**280.** Определите среднюю квадратичную скорость молекул газа, плотность которого при давлении 50 кПа составляет  $4,1 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$ .

|   |  |
|---|--|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>p = 5 \cdot 10^4 \text{ Па}</math><br/> <math>\rho = 4,1 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3</math></p> | <p style="text-align: center;"><u><b>Решение</b></u></p> <p>По основному уравнению МКТ для давления имеем:</p> |
| $\vartheta - ?$   |  |

$$p = \frac{1}{3} m_0 \overline{v^2} n,$$

где  $n$  - число молекул в единице объема,  
 $m_0$  - масса молекулы.

Произведение  $m_0 n = \rho$  - это плотность  
газа. Тогда

$$p = \frac{1}{3} \rho \overline{v^2}, \quad \overline{v} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}.$$

Вычисления:  $\overline{v} = \sqrt{\frac{3 \cdot 5 \cdot 10^4}{4,1 \cdot 10^{-2}}} = 1913 \text{ м/с}.$

*Ответ:  $\overline{v} = 1913 \text{ м/с}.$*

**281.** Баллон емкостью 100 л содержит 5,76 кг кислорода. При какой температуре возникает опасность взрыва, если баллон выдерживает давление до  $5 \cdot 10^5$  Па.

**282.** Азот массой 7 г находится под давлением 0,1 МПа и температуре 290 К. Вследствие изобарного нагревания азот занял объем 10 л. Определите объем газа до расширения, температуру после расширения, плотность газа до и после расширения.

**283.** Чему равен объем одного моля идеального газа при нормальных условиях.

**284.** При температуре  $5^\circ\text{C}$  давление воздуха в баллоне равно  $10^4$  Па. При какой температуре давление в нем будет  $2,6 \cdot 10^4$  Па.

**285.** В баллоне емкостью 100 л находится газ под давлением  $4,9 \cdot 10^5$  Па. Какой объем займет газ при нормальном атмосферном давлении, если его температура не меняется.

**286.** Какую температуру имеет масса 2 г азота занимающего объем  $820 \text{ см}^3$  при давлении 0,2 МПа.

**287.** Давление газа  $10^5$  Па, а средняя квадратичная скорость его молекул 400 м/с. Найти его плотность.

*Дано:*

$$p = 10^5 \text{ Па}$$

$$\overline{v} = 400 \text{ м/с}$$

**Решение**

Запишем основное уравнение МКТ  
идеального газа:

$\rho - ?$

$$p = \frac{1}{3} m_0 \mathcal{G}^2 n. \quad (1)$$

Произведение  $m_0 n = \rho$  - это плотность газа. (2)

Подставим (2) в (1):  $p = \frac{1}{3} \rho \mathcal{G}^2$ , откуда

$$\rho = \frac{3p}{\mathcal{G}^2}.$$

Произведем вычисления:  $\rho = \frac{3 \cdot 10^5}{16 \cdot 10^4} = 1,9 \text{ кг} / \text{м}^3$ .

*Ответ:*  $\rho = 1,9 \text{ кг} / \text{м}^3$ .

**288.** Какой объем занимает масса 10 г кислорода при давлении 100 кПа и температуре 20°C?

**289.** Найти массу воздуха заполняющего аудиторию высотой 5 м с площадью пола 200 м<sup>2</sup>. Давление воздуха 100 кПа, температура воздуха 17°C. Молярная масса воздуха 0,029 кг/моль.

**290.** Какое количество газа находится в баллоне объемом 10 м<sup>3</sup> при давлении 96 кПа и температуре 17°C.

**291.** Найти среднюю кинетическую энергию молекул кислорода, если 5 молей этого газа в баллоне объемом 8 л создаст давление 0,5 МПа.

**292.** Массу 5 г азота находящегося в закрытом сосуде объемом 4 л при температуре 20°C нагревают до температуры 40°C. Найти давление газа до и после нагревания.

**293.** В закрытом сосуде объемом 1 м<sup>3</sup> находится масса 1,6 кг кислорода и масса 0,9 кг воды. Найти давление в сосуде при температуре 500°C, зная что при этой температуре вся вода превращается в пар.

**294.** В закрытом сосуде вместимостью 20 л находится водород массой 6 г и гелий массой 12 г. Определите давление, молярную массу газовой смеси в сосуде, если температура смеси 300 К.

**295.** Каким должен быть наименьший объем баллона вмещающего массу 6,4 кг кислорода, если его стенки при температуре 20°C выдерживают давление 15,7 МПа.

296. Сколько молей и молекул водорода содержится в баллоне вместимостью  $50 \text{ м}^3$  под давлением  $1,02 \cdot 10^5 \text{ Па}$  при температуре  $18^\circ\text{C}$ ? Какова плотность газа?

|  |  |   |
|--|--|---|
| <p>Дано:<br/> <math>V=50\text{м}^3</math><br/> <math>p=1,02 \cdot 10^5 \text{ Па}</math><br/> <math>t=18^\circ\text{C}</math><br/> <math>M=2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}</math></p>  | <p>СИ<br/><br/><br/>291<br/>К</p>  | <p><u>Решение</u><br/>         Из уравнения Клапейрона–Менделеева:<br/> <math display="block">pV = \frac{m}{M} RT, \quad (1)</math></p> |
| <p><math>\nu</math> - ?<br/> <math>N</math> - ?<br/> <math>\rho</math> - ?</p>   | <p>где <math>\nu = \frac{m}{M}</math> - число молей, содержащихся в объеме <math>V</math>, имеем: <math>\nu = \frac{pV}{RT}</math>. <span style="float: right;">(2)</span></p> |   |
| <p>Число молекул, содержащихся в данном объеме, находим используя постоянную Авогадро: <math>N = \nu N_A</math>.</p> <p>Плотность газа: <math>\rho = \frac{m}{V}</math>, тогда <math>\rho = \frac{pM}{RT}</math>.</p> <p>(3)</p> $\nu = \frac{1,02 \cdot 10^5 \cdot 50}{8,31 \cdot 291} = 2109 \text{ моль}.$ $N = 2,1 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 1,26 \cdot 10^{27}.$ $\rho = \frac{1,02 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 291} = 8,44 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3.$ <p style="text-align: right;"> <i>Ответ:</i> <math>\nu \approx 2,1 \cdot 10^3 \text{ моль},</math><br/> <math>N = 1,26 \cdot 10^{27},</math><br/> <math>\rho = 8,44 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3.</math> </p> |  |   |

297. Определите сколько килограммов воздуха в данной аудитории?

298. Баллон емкостью 10 л содержит 14 г азота и 30 г гелия. При какой температуре возникает угроза взрыва баллона, если его стенки выдерживают давление  $10^7 \text{ Па}$ ?

299. Какое давление рабочей смеси устанавливается в цилиндрах двигателя автомобиля ЗИЛ-130, если к концу такта сжатия, температура повышается с  $50^{\circ}\text{C}$  до  $250^{\circ}\text{C}$ , а объем уменьшается с 0,75 л до 0,12 л. Первоначальное давление равно 80 кПа.

300. Найти среднюю кинетическую энергию молекул кислорода, если 5 моль этого газа в баллоне объемом 8 л создают давление 0,5 МПа.

301. Какова внутренняя энергия 10 молей одноатомного газа при температуре  $27^{\circ}\text{C}$ .

302. Аэростат объемом  $500 \text{ м}^3$  наполнен гелием под давлением  $10^5 \text{ Па}$ . В результате солнечного нагрева температура газа в аэростате поднялась от  $10^{\circ}\text{C}$  до  $25^{\circ}\text{C}$ . На сколько увеличилась внутренняя энергия газа?

|   |  |  |
|---|--|--|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>V=500\text{м}^3</math><br/> <math>T_1=10^{\circ}\text{C}</math><br/> <math>T_2=25^{\circ}\text{C}</math><br/> <math>p_1=10^5\text{Па}</math></p> | <p><i>СИ</i><br/> <math>283\text{K}</math><br/> <math>298\text{K}</math></p> | <p style="text-align: center;"><b><u>Решение</u></b></p> <p>Гелий является одноатомным газом, поэтому его внутренняя энергия определяется формулой: <math>U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT</math>. При температуре <math>T_1</math> эта энергия равна:<br/> <math>U_1 = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT_1</math>, а при температуре <math>T_2</math> -<br/> <math>U_2 = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT_2</math>.</p> <p>Согласно уравнению Клапейрона-Менделеева:<br/> <math>pV = \frac{m}{M} RT_1</math>, очевидно, что <math>\frac{mR}{M} = \frac{pV}{T_1}</math>.</p> <p>Изменение энергии:<br/> <math>\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{m}{M} R \frac{3}{2} (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} pV \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right)</math>.</p> <p>Вычисления:<br/> <math>\Delta U = \frac{3}{2} 10^5 \cdot 500 \left( \frac{298}{283} - 1 \right) \approx 4 \cdot 10^6 \text{ Дж}</math>.</p> |
| <p><math>\Delta U - ?</math></p>  |  |  |

Ответ:  $\Delta U \approx 4 \cdot 10^6$  Дж.

303. Какова внутренняя энергия гелия, заполняющего аэростат объемом  $60\text{ м}^3$  при давлении  $100$  кПа.

304. В одной части теплоизолированного сосуда, отделенной непроницаемой перегородкой, находится  $\nu_1$  молей идеального одноатомного газа при температуре  $T_1$ , а в другой его части -  $\nu_2$  молей этого газа при температуре  $T_2$ . Какой будет температура газа  $T$ , если перегородку убрать?

Дано:

$\nu_1$

$\nu_2$

$T_1$

$T_2$

$T$  - ?

Решение

Воспользуемся законом сохранения энергии. Согласно ему внутренняя энергия смеси газов после удаления перегородки равна сумме внутренних энергий газов в каждой из частей сосуда до удаления перегородки:  $U = U_1 + U_2$ .

Согласно формуле внутренней энергии идеального одноатомного газа:

$$U = \frac{3}{2}\nu RT, \text{ где } \nu = \nu_1 + \nu_2,$$

$$U_1 = \frac{3}{2}\nu_1 RT_1 \text{ и } U_2 = \frac{3}{2}\nu_2 RT_2.$$

Заменим внутренние энергии в первой формуле правыми частями этих четырех равенств:

$$\frac{3}{2}(\nu_1 + \nu_2)RT = \frac{3}{2}\nu_1 RT_1 + \frac{3}{2}\nu_2 RT_2.$$

После сокращений  $(\nu_1 + \nu_2)T = \nu_1 T_1 + \nu_2 T_2$ , откуда

$$T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2}.$$

$$\text{Ответ: } T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2}.$$

305. Какова внутренняя энергия идеального одноатомного газа  $U$ , занимающего объем  $V$  при температуре  $T$ , если концентрация его молекул  $n$ ?

306. Сосуд массой 2 кг изготовлен из стали. Сосуд содержит 5 моль идеального одноатомного газа объемом  $100 \text{ см}^3$ . Ему сообщают 500 Дж теплоты, не давая газу расширяться. Найти изменение давления газа. Удельная теплоемкость стали  $460 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$ .

307. Газ, занимающий объем 20 л при нормальных условиях, был изобарно нагрет до  $80^\circ\text{C}$ . Определить работу расширения газа.

|   |   |   |
|---|---|---|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>V=20\text{л}</math><br/> <math>T_1=273\text{К}</math><br/> <math>T_2=80^\circ\text{C}</math><br/> <math>p_1=1,01\cdot 10^5\text{Па}</math></p> | <p><i>СИ</i><br/> <math>2\cdot 10^{-2}\text{м}^3</math><br/> <math>353\text{К}</math></p> | <p><b><u>Решение</u></b><br/>         Работа расширения газа при изобарном процессе определяется по формуле: <math>A = p\Delta V</math>. Из уравнения состояния газа следует:<br/> <math display="block">A = \frac{m}{M}R\Delta T.</math>         Из уравнения Клапейрона-Менделеева:<br/> <math display="block">p_1V_1 = \frac{m}{M}RT_1.</math>         Находим число молей газа:<br/> <math display="block">\frac{m}{M} = \frac{p_1V_1}{RT_1}, \text{ откуда } A = \frac{p_1V_1\Delta T}{T_1}.</math>         Вычисления:<br/> <math display="block">A = \frac{1,01 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 80}{273} \approx 592 \text{ Дж}.</math>         Ответ: <math>A \approx 592 \text{ Дж}.</math></p> |
| <p><math>A - ?</math></p>   |   |   |

308. 5 моль идеального газа изобарно сжимают от объема  $0,05 \text{ м}^3$  до объема  $0,01 \text{ м}^3$  и при этом газ охлаждается от температуры  $300 \text{ К}$ . Найти работу совершенную при этом сжатии.

309. Сосуд массой 5 кг изготовлен из стали. Сосуд содержит 8 моль идеального одноатомного газа объемом  $160 \text{ см}^3$ . Ему сообщают 800 Дж теплоты не давая газу расширяться. Найти изменения давления газа. Удельная теплота стали  $460 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$ .

310. Определите КПД цикла Карно, если температуры нагревателя и холодильника соответственно равны  $200^{\circ}\text{C}$  и  $15^{\circ}\text{C}$ .

311. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя  $500\text{ K}$ , холодильника  $300\text{ K}$ . Работа изотермического расширения газа составляет  $2\text{ кДж}$ . Определите: 1) КПД цикла Карно. 2) Количество теплоты, отданное газом при изотермическом сжатии холодильнику.

312. Температура нагревателя идеальной тепловой машины  $500\text{ K}$ , температура холодильника  $400\text{ K}$ . Определите КПД цикла Карно и полезную мощность машины, если нагреватель передает ей  $1675\text{ Дж}$  теплоты в секунду.

|  |  |
|--|--|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>T_n = 500\text{ K}</math><br/> <math>T_x = 400\text{ K}</math><br/> <math>Q = 1675\text{ Дж}</math><br/> <math>t = 1\text{ с}</math><br/> <math>\eta - ?</math><br/> <math>N - ?</math></p> | <p style="text-align: center;"><b><u>Решение</u></b></p> <p>КПД машины определяется по формуле:</p> $\eta = \frac{T_n - T_x}{T_n} = \frac{500 - 400}{500} = 0,2 .$ <p>В полезную работу превращаются:</p> $A = \eta Q = 0,2 \cdot 1675 = 335\text{ Дж} .$ <p>Полезная мощность машины: <math>N = \frac{A}{t}</math>.</p> <p>Вычисления: <math>N = \frac{335}{1} = 335\text{ Вт} .</math></p> <p style="text-align: right;"><i>Ответ: <math>N = 335\text{ Вт}</math>.</i></p> |
|--|--|

313. При обработке детали рабочий сделал 5 движений стальным напильником, прикладывая силу  $60\text{ Н}$ . При каждом движении он перемещал деталь со средней скоростью  $20\text{ см/с}$  за время  $5\text{ с}$ . Найти повышение температуры напильника массой  $200\text{ г}$ , если на его нагревание пошло  $60\%$  механической энергии рабочего. Удельная теплота стали  $460\text{ Дж/кг}\cdot\text{K}$ .

314. Температура нагревателя идеальной тепловой машины  $117^{\circ}\text{C}$ , а холодильника  $27^{\circ}\text{C}$ . Количество теплоты полученное машиной от нагревателя за  $1\text{ с}$ , равно  $60\text{ кДж}$ . Найти количество теплоты отдаваемое холодильнику за это время и мощность машины.

315. С высоты свободно падает кусок металла с удельной теплоемкостью. На сколько градусов поднялась его температура,

если 10% его первоначальной механической энергии при ударе о землю превратилась в теплоту?

**316.** Две пластины погружены в спирт. На какую высоту поднимется уровень спирта, если расстояние между пластинами уменьшить с 1 до 0,5 мм? Смачивание пластины считать полным: ( $\sigma = 0,022 \text{ Н/м}$ ;  $\rho = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ )

|  |   |  |
|--|---|--|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>\alpha = 0,022 \text{ Н/м}</math><br/> <math>\rho = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3</math><br/> <math>r_1 = 1 \text{ мм}</math><br/> <math>r_2 = 0,5 \text{ мм}</math><br/> <math>\Delta h - ?</math></p> | <p><i>СИ</i><br/><br/> <math>10^{-3} \text{ м}</math><br/> <math>0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}</math></p> | <p><u><b>Решение</b></u><br/> Между пластинами образуется мениск, имеющий цилиндрическую поверхность. В этом случае:<br/> <math display="block">h_1 = \frac{2\alpha}{\rho g r_1}; h_2 = \frac{2\alpha}{\rho g r_2}.</math> <math display="block">\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{2\alpha}{\rho g} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).</math> Вычисления:<br/> <math display="block">\Delta h = \frac{2 \cdot 0,022}{0,8 \cdot 10^3 \cdot 9,8} \left( \frac{1}{0,5 \cdot 10^{-3}} - \frac{1}{10^{-3}} \right) = 5,62 \cdot 10^{-3} \text{ м.}</math> <p style="text-align: right;"><i>Ответ:</i> <math>\Delta h = 5,62 \text{ мм.}</math></p> </p> |
|--|---|--|

**317.** Определить радиус пузырька воздуха, находящегося непосредственно под поверхностью воды, если плотность воздуха в пузырьке  $260 \text{ кг/м}^3$ , поверхностное натяжение  $72 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$ , атмосферное давление ( $p_0$ )  $1 \cdot 10^5 \text{ Па}$ , температура  $290 \text{ К}$ .

**318.** Найти массу воды поднявшейся по капиллярной трубке радиусом  $0,5 \text{ мм}$ . Поверхностное натяжение воды  $73 \text{ мН/м}$ , плотность воды  $10^3 \text{ кг/м}^3$ .

**319.** На какую высоту поднимется вода, смачивающая две близко расположенные параллельные пластинки, находящиеся на расстоянии  $0,5 \text{ мм}$  друг от друга. Поверхностное натяжение воды  $0,073 \text{ Н/м}$ , ее плотность  $10^3 \text{ кг/м}^3$ .

**320.** Котел вместимостью  $5 \text{ м}^3$  заполнили водой, масса которой  $20 \text{ кг}$ , и нагрели его до температуры  $180^\circ\text{С}$ . Найти давление водяных паров в котле. Плотность насыщенных паров воды при этой температуре  $5,5 \text{ кг/м}^3$ .

321. Абсолютная влажность воздуха при температуре 333 К равна  $D_1 = \rho_1 = 0,05 \text{ кг/м}^3$ . Найти абсолютную влажность  $D_2(\rho_2)$  при понижении температуры до 283 К. Давление насыщенных паров при температуре  $t_2$  равно 1226 Па.

Дано:

$$T_1 = 333 \text{ К}$$

$$\rho_1 = 0,05 \text{ кг/м}^3$$

$$T_2 = 283 \text{ К}$$

$$p_2 = 1226 \text{ Па}$$

$$M = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$\rho_2$  - ?

Решение

Определить плотность насыщенных паров при температуре  $T_2$ , исходя из уравнения состояния:

$$p_2 V = \frac{m}{M} RT_2.$$

Так как  $\rho = \frac{m}{V}$ , то уравнение

состояния примет вид:  $p_2 = \frac{\rho_2 RT_2}{M}$ , откуда

$$\rho_2 = \frac{p_2 M}{RT_2}.$$

Вычисления:

$$\rho_2 = \frac{1226 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 283} = 9,4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3.$$

Плотность насыщенных паров при температуре  $T_2$  меньше чем  $\rho_1$ , т.е.  $\rho < \rho_1$ . Следовательно, при охлаждении до температуры  $T_2$  часть паров сконденсируется и абсолютная влажность воздуха будет определяться плотностью насыщенных паров, т.е.  $\rho_2 = \rho$ .

$$\text{Ответ: } \rho_2 = 9,4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3.$$

322. При растяжении алюминиевой проволоки длиной 2 м в ней возникло механическое напряжение 35 МПа. Найти относительное и абсолютное удлинение. ( $E = 7 \cdot 10^{10}$  Па).

323. К проволоке из углеродистой стали подвешен груз массой 100 кг. Длина проволоки 1 м, диаметр 2 мм. Модуль Юнга для стали  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па, предел прочности  $\sigma = 330$  МПа. На сколько

увеличится длина проволоки? Превышает приложенное напряжение или нет предел прочности?

|   |  |   |
|---|--|---|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>l=1\text{ м}</math><br/> <math>d=2\text{ мм}</math><br/> <math>E=2\cdot 10^{11}\text{ Па}</math><br/> <math>m=100\text{ кг}</math><br/> <math>\sigma_n=330\text{ МПа}</math></p> | <p><i>СИ</i><br/> <math>2\cdot 10^{-3}\text{ м}</math><br/> <math>3,3\cdot 10^8\text{ Па}</math></p> | <p><b><u>Решение</u></b><br/> Из формулы закона Гука:<br/> <math>\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l}</math> находим:<br/> <math display="block">\Delta l = \frac{lF}{ES}.</math> <math>F = mg</math> - сила, действующая на проволоку,<br/> <math>S = \frac{\pi d^2}{4}</math> - площадь поперечного сечения проволоки.<br/> Таким образом, <math>\Delta l = \frac{4lmg}{\pi d^2 E}.</math><br/> <math display="block">\Delta l = \frac{4 \cdot 1 \cdot 100 \cdot 9,8}{2 \cdot 10^{11} \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-6}} = 1,57 \cdot 10^{-3}\text{ м}.</math> Найдем приложенное нормальное напряжение:<br/> <math display="block">\sigma = \frac{F}{S} = \frac{4mg}{\pi d^2}.</math> <math display="block">\sigma = \frac{4 \cdot 100 \cdot 9,8}{3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-6}} = 3,12 \cdot 10^8\text{ Па}.</math> Полученное значение <math>\sigma</math> не превышает заданного предела.<br/> <i>Ответ:</i> <math>\Delta l = 1,57\text{ мм}, \sigma = 312\text{ МПа}.</math></p> |
| <p><math>\Delta l</math> - ?<br/> <math>\sigma</math> - ?</p>   |  |   |

324. Латунная проволока диаметром 0,8 мм имеет длину 3,6 м. Под действием силы 25 Н проволока удлинится на 2 мм. Определите модуль упругости для латуни.

|   |  |  |
|---|--|--|
| <p><u>Дано:</u><br/> <math>l_0=3,6\text{м}</math><br/> <math>d=0,8\text{мм}</math><br/> <math>F=25\text{Н}</math><br/> <math>\Delta l=2\text{мм}</math></p> | <p><u>СИ</u><br/> <math>0,8 \cdot 10^{-3}\text{м}</math><br/> <math>2 \cdot 10^{-3}\text{м}</math></p> | <p><u>Решение</u><br/> Модуль упругости определяется из закона Гука: <math>F = \frac{SE}{l_0} \Delta l </math> отсюда находим: <math>E = \frac{Fl_0}{S \Delta l }</math>.</p> <p>Так как: <math>S = \frac{\pi d^2}{4}</math>, то <math>E = \frac{4Fl_0}{\pi d^2 \cdot  \Delta l }</math>.</p> <p>Вычисления:<br/> <math>E = \frac{4 \cdot 25 \cdot 3,6}{3,14 \cdot (0,8 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 9 \cdot 10^9 \text{ Па}.</math></p> <p><i>Ответ: <math>E = 9 \cdot 10^9 \text{ Па}.</math></i></p> |
| <p><b><i>E - ?</i></b></p>  |  |  |

### 3. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

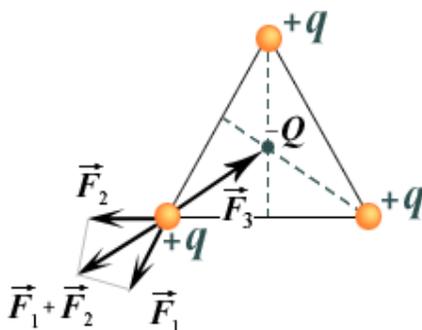
#### 3.1. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Закон Кулона. Модуль силы взаимодействия  $F_{12}$  между двумя неподвижными точечными электрическими зарядами  $q_1$  и  $q_2$  в вакууме пропорционален произведению этих зарядов и обратно пропорционален квадрату расстояния  $r_{12}$  между

ними:  $F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$ , где  $k =$

$1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2,$   
 $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 / (\text{Н} \cdot \text{м}^2)$  –

электрическая постоянная.



#### Напряженность

электрического поля – векторная физическая величина  $\vec{E}$ , равная отношению силы  $\vec{F}$ , действующей на пробный точечный заряд  $q$ , к этому заряду:  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ .

Принцип суперпозиции полей. Если в данной точке пространства поле создается несколькими зарядами – источниками поля, то суммарная напряженность поля равна векторной сумме напряженностей полей, созданных каждым зарядом – источником:  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N$ .

Потенциал. Работа по перемещению пробного заряда из данной точки  $I$  электростатического поля в бесконечно удаленную точку определяется только координатами выбранной точки. Отношение этой работы к пробному заряду называют *потенциалом* данной точки поля:  $\varphi_I = A_{I\infty}/q$ .

Разност потенциалов определяется только начальным и конечным положением пробного заряда в пространстве:  $\Delta\varphi = (\varphi_1 - \varphi_2) = A_{12}/q$

Потенциальная энергия заряда в данной точке поля определяется выражением  $W_n = q\varphi$ .

Потенциальная энергия точечного заряда  $Q$  в поле другого заряда  $q$  выражается формулой:  $W_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r}$  (знак минус для сил притяжения неявно включен в знаки зарядов).

Потенциал поля точечного заряда  $q$  на расстоянии  $r$  от него определяется формулой:  $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$ .

Связь между напряженностью поля и разностью потенциалов:

$\Delta\varphi = Ed$ , где  $d$  – проекция перемещения заряда на силовую линию.

Напряженность электрического поля равномерно заряженной пластины:  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon}$ , где  $\sigma = Q/S$  – поверхностная

плотность заряда на пластине.

В проводнике, находящемся в электрическом поле, свободные заряды перемещаются до тех пор, пока суммарное

электрическое поле переместившихся зарядов не компенсирует внешнее поле. Поэтому в состоянии равновесия свободных зарядов:

- *электрическое поле внутри проводника равно нулю;*
- *потенциал каждой точки проводника одинаков.*

**Диэлектрической проницаемостью вещества** называется безразмерная физическая величина  $\epsilon$ , показывающая, во сколько раз напряженность поля  $E$  в плоской диэлектрической пластине, помещенной в однородное электрическое поле, перпендикулярное плоскости пластины, меньше напряженности внешнего поля в вакууме  $E_0$ :  $\epsilon = \frac{E_0}{E} > 1$ .

**Напряженность поля между пластинами плоского конденсатора** равна:  $E = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon S} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}$ , где  $S$  – площадь каждой пластины.

**Разность потенциалов между пластинами** (напряжение между обкладками) в однородном поле равна:  $U = Ed = \frac{qd}{\epsilon_0 \epsilon S}$ .

**Электрической емкостью** конденсатора называют величину, равную отношению заряда конденсатора к разности потенциалов между его пластинами  $C = \frac{q}{U}$ . Для плоского конденсатора  $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$ .

**Емкость батарей конденсаторов.** Для параллельного соединения емкость батареи конденсаторов равна:

$C = \frac{q}{U} = \frac{q_1 + q_2}{U} = \frac{q_1}{U} + \frac{q_2}{U} = C_1 + C_2$ . Для последовательного

соединения:  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ .

**Энергия конденсатора:**

$W = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} V$ , где  $V = Sd$  – объем пространства между пластинами.

325. На каком расстоянии друг от друга заряды 1 мкКл и 10 нКл взаимодействуют силой 9 мН.

326. Найти значение каждого из двух одинаковых зарядов, если в масле на расстоянии 6 см друг от друга они взаимодействуют силой 0,4 мН.

327. Два шарика расположенные на расстоянии 10 см друг от друга, имеют одинаковые отрицательные заряды и взаимодействуют силой 0,23 мН. Найти число избыточных электронов на каждом шарике.

328. Два шарика, расположенных на расстоянии 20 см друг от друга, имеют одинаковые по модулю заряды и взаимодействуют в воздухе силой 0,3 мН. Найти число нескомпенсированных электронов на каждом шарике.

|  |   |   |
|--|---|---|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>r=20\text{см}</math><br/> <math>F=0,3\text{мН}</math><br/> <math>\varepsilon=1</math></p> | <p><i>СИ</i><br/> <math>0,2\text{м}</math><br/> <math>0,3 \cdot 10^{-3}\text{Н}</math><br/> <math>^3\text{Н}</math></p> | <p style="text-align: center;"><u><b>Решение</b></u></p> <p>По закону Кулона: <math>F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}</math>, где</p> <p><math>\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}</math> - электрическая постоянная, <math>q = eN</math> - модуль заряда каждого шарика, <math>e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{Кл}</math> - элементарный заряд.</p> <p>С учетом этого: <math>F = \frac{(eN)^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}</math>, откуда</p> <p><math>eN = \sqrt{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2 F}</math> и <math>N = \frac{2r}{e} \sqrt{\varepsilon_0\varepsilon \pi F}</math>.</p> <p>Произведем вычисления:</p> <p><math display="block">N = \frac{2 \cdot 0,2}{1,6 \cdot 10^{-19}} \sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^{-4}} = 2,3 \cdot 10^{11}</math></p> <p style="text-align: right;"><i>Ответ:</i> <math>N = 2,3 \cdot 10^{11}</math>.</p> |
| <p><math>N - ?</math></p>  |   |   |

329. С какой силой взаимодействуют два заряда по 10 нКл, находящихся на расстоянии 3 см друг от друга.

330. С каким ускорением движется электрон в поле напряженностью 10кВ/м. Заряд электрона  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл и его масса  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг.

331. Какова сила действующая на заряд  $1,2 \cdot 10^{-10}$  Кл помещенный в точку, в которой напряженность электрического поля равна  $2 \cdot 10^3$  Н/Кл.

332. Два металлических шарика имеют массу 10 г каждый. Какое число электронов надо удалить с каждого шарика, чтобы сила их кулоновского отталкивания стала равна силе их гравитационного тяготения друг к другу?

|  |                                    |  |
|--|------------------------------------|--|
| <p>Дано:<br/> <math>m=10г</math><br/> <math>F_k=F_{тяг}</math><br/> <math>\varepsilon=1</math></p> | <p>СИ<br/> <math>0,01кг</math></p> | <p><u>Решение</u></p> <p>По закону Кулона: <math>F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}</math>, где</p>  |
| <p><math>N - ?</math></p>  |                                    | <p><math>\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{Кл^2}{Н \cdot м^2}</math> - электрическая</p>   |
|  |                                    | <p>постоянная, <math>q = eN</math> - модуль заряда каждого шарика, <math>e = 1,6 \cdot 10^{-19}</math> Кл - элементарный заряд.</p>  |
|  |                                    | <p>Поэтому: <math>F = \frac{(eN)^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}</math>. (1)</p>  |
|  |                                    | <p>По закону всемирного тяготения:<br/> <math>F_{тяг} = G \frac{m^2}{r^2}</math>. (2)</p>  |
|  |                                    | <p>Где <math>G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}</math> - гравитационная постоянная.</p>  |
|  |                                    | <p>Согласно условию задачи <math>F_k = F_{тяг}</math>, поэтому приравняем (1) и (2): <math>\frac{(eN)^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} = G \frac{m^2}{r^2}</math>,</p> |
|  |                                    | <p><math>(eN)^2 = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon G m^2</math>, откуда<br/> <math display="block">N = \frac{2m}{e} \sqrt{\pi\varepsilon_0\varepsilon G}</math></p>            |

Произведем вычисления:

$$N = \frac{2 \cdot 0,01}{1,6 \cdot 10^{-19}} \sqrt{3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}} = 5,4 \cdot 10^6.$$

Ответ:  $N = 5,4 \cdot 10^6$ .

333. На расстоянии 3 см от заряда 4 нКл находящегося в жидком диэлектрике, напряженность поля равна 20 кВ/м. Какова диэлектрическая проницаемость диэлектрика.

334. С какой силой взаимодействуют два шарика с зарядами  $q_1 = 5$  мКл и  $q_2 = -10$  мКл находящиеся на расстоянии 20 см? Какова будет сила взаимодействия, если шарики сблизить до расстояния 5 см?

335. В электрическом поле в точке с напряженностью 10000 Н/Кл на точечный заряд действует сила 1 Н. Чему равна величина заряда?

336. На пробный заряд величиной  $2 \cdot 10^{-6}$  Кл в некоторой точке поля действует сила 0,04 мН. Определить напряженность поля в этой точке.

337. На каком расстоянии  $r_2$  от точечного заряда напряженность электрического поля этого заряда в жидком диэлектрике с диэлектрической проницаемостью 81 воды такая же как на расстоянии 9 см от заряда в воздухе.

338. Определить потенциал точки поля, находящейся на расстоянии 9 см от поверхности заряженного шара радиусом 1 см, если поверхностная плотность зарядов на шаре  $10^{-11}$  Кл/см<sup>2</sup>. Среда – воздух.

|  |  |  |
|--|--|--|
| <p>Дано:<br/> <math>a = 9 \text{ см}</math><br/> <math>R = 1 \text{ см}</math><br/> <math>\sigma = 10^{-11} \frac{\text{Кл}}{\text{см}^2}</math><br/> <math>\varepsilon = 1</math></p> | <p>СИ<br/> <math>0,09 \text{ м}</math><br/> <math>0,01 \text{ м}</math><br/> <math>10^{-7} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}</math></p> | <p><b><u>Решение</u></b><br/>           Потенциал электрического поля, созданного точечным зарядом или заряженным шаром с зарядом <math>q</math> в некоторой точке <math>M</math> на расстоянии <math>r</math> от центра шара (рис. 8) определяется выражением: <math>\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}</math>. (1)</p> <p>Из рис. 8 следует, что <math>r = a + R</math>.</p> |
| <p><math>\varphi = ?</math></p>  |  |  |

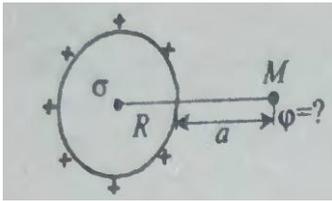


Рис. 8.

(2)

Заряд шара можно определить, умножив поверхностную плотность зарядов на шаре на площадь поверхности шара:  $q = \sigma S$ . (3)

Остается выразить площадь шара через его радиус, подставить выражения (2), (3) и (4) в формулу (1):

$$S = 4\pi R^2, \quad (4)$$

$$\varphi = \frac{\sigma 4\pi R^2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon (a + R)}, \quad \varphi = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 \varepsilon (a + R)}.$$

Подставим числа и произведем вычисления:

$$\varphi = \frac{10^{-7} \cdot 10^4}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot (0,09 + 0,01)} = 11,3 \text{ В}.$$

Ответ:  $\varphi = 11,3 \text{ В}$ .

339. Между двумя горизонтальными плоскостями заряженными равномерно и расположенными на расстоянии 5 мм друг от друга находится в равновесии капелька масла массой 20 нг. Найти число избыточных электронов на этой капельке. Среда воздух. Разность потенциалов между плоскостями 2 кВ.

|                   |                               |   |
|-------------------|-------------------------------|---|
| Дано:             | СИ                            | <b>Решение</b><br>Капелька будет находится в равновесии, когда сила тяжести, приложенная к ней со стороны Земли, будет уравновешена силой, приложенной к капельке со стороны электрического поля:<br>$mg = F$ , (1)<br>где $F = qE$ .<br>Напряженность однородного поля плоскостей связана с напряжением на них соотношением $E = \frac{U}{d}$ , поэтому $F = q \frac{U}{d}$<br>(2) |
| $m=20 \text{ нг}$ | $2 \cdot 10^{-11} \text{ кг}$ |   |
| $d=5 \text{ мм}$  | $5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$   |   |
| $U=2 \text{ кВ}$  | $2 \cdot 10^3 \text{ В}$      |   |
| $N - ?$           |                               |   |

Заряд капли выразим через число избыточных электронов и заряд электрона:  
 $q = eN$ . (3)

Подставим (3) в (2):  $F = eN \frac{U}{d}$ . (4)

Теперь подставим (4) в (1) и из полученного соотношения найдем число избыточных электронов:  $mg = eN \frac{U}{d}$ , откуда

$$N = \frac{mgd}{eU}.$$

Произведем вычисления:

$$N = \frac{2 \cdot 10^{-11} \cdot 9,8 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^3} = 3 \cdot 10^3.$$

*Ответ:*  $N = 3 \cdot 10^3$ .

**340.** Какую работу совершает поле при перемещении заряда 20 нКл из точки с потенциалом 700 В в точку с потенциалом 200 В, из точки с потенциалом -100 В в точку с потенциалом 400 В.

**341.** Между двумя пластинами, расположенными горизонтально в вакууме на расстоянии 4,8 мм друг от друга находится в равновесии отрицательно заряженная капля масла массой  $10^{-8}$  кг. Сколько избыточных электронов имеет капля, если на пластины подано напряжение 1 кВ.

**342.** Потенциал поля точечного заряда на расстоянии 40 см от него равен 200 В. С какой силой это поле будет действовать на пробный заряд 1 нКл помещенный в данную точку.

**343.** Пылинка с зарядом 1 нКл неподвижно висит в однородном электрическом поле напряженностью  $2 \cdot 10^4$  Н/Кл, вектор напряженности которого направлен вверх. Найти массу пылинки. Сколько избыточных электронов содержит пылинка.

**344.** Электрон движется без начальной скорости вдоль силовой линии однородного электрического поля напряженностью  $2 \cdot 10^4$  Н/Кл. Какой путь он пролетит прежде, чем его скорость

станет 100 км/с? Среда – воздух. Модуль заряда электрона  $e=1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, его масса  $m=9,1 \cdot 10^{-31}$  кг.

345. Электрон, пролетев поле с разностью потенциалов 10000 В, попадает плоский конденсатор длиной 10 см и движется параллельно пластинам на равном расстоянии от них. К пластинам конденсатора, расстояние между которыми 2 см, приложена разность потенциалов 300 В. Определите вертикальное смещение электрона при вылете из конденсатора.

346. Емкость плоского воздушного конденсатора  $10^{-9}$  Ф, расстояние между пластинами 4 мм. На помещенный между пластинами конденсатора заряд  $4,9 \cdot 10^{-9}$  Кл действует сила  $9,8 \cdot 10^{-5}$  Н. Площадь пластины конденсатора  $100 \text{ см}^2$ . Определить: 1) напряженность поля и разность потенциалов между пластинами; 2) плотность энергии и энергию поля конденсатора.

|   |  |  |
|---|--|--|
| <p><i>Дано:</i><br/> <math>q=4,9 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}</math><br/> <math>F=9,8 \cdot 10^{-5} \text{ Н}</math><br/> <math>\epsilon=1</math><br/> <math>C=10^{-9} \text{ Ф}</math><br/> <math>S=100 \text{ см}^2</math><br/> <math>d=4 \text{ мм}</math></p> | <p><i>СИ</i></p> <p><math>10^{-2} \text{ м}^2</math><br/> <math>4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2</math></p> | <p><b><u>Решение</u></b></p> <p>Поле между пластинами конденсатора считаем однородным. Напряженность поля может быть определена из выражения: <math>E = \frac{F}{q}</math>.</p> <p>Разность потенциалов между пластинами находим из соотношения: <math>U = Ed</math>.</p> <p>Энергия конденсатора с учетом формул:</p> $W = \frac{CU^2}{2} \text{ и } C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d} \text{ равна:}$ $W = \frac{\epsilon_0 \epsilon S U^2}{2d}.$ <p>Согласно формуле <math>\omega = \frac{W}{V}</math> и с учетом того, что <math>V = Sd</math> - объем поля в конденсаторе, плотность энергии равна:</p> $\omega = \frac{W}{V} = \frac{W}{Sd}.$ <p>Вычисления:</p> |
| <p><math>E - ?</math><br/> <math>U - ?</math><br/> <math>W - ?</math><br/> <math>\omega - ?</math></p>  |  |  |

$$E = \frac{9,8 \cdot 10^{-5}}{4,9 \cdot 10^{-9}} = 2 \cdot 10^4 \text{ В/м.}$$

$$U = 2 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 80 \text{ В.}$$

$$W = \frac{1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2} \cdot 80^2}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 7,08 \cdot 10^{-8} \text{ Дж}$$

$$\omega = \frac{7,08 \cdot 10^{-8}}{10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = 1,77 \cdot 10^{-3} \text{ Дж/м}^3.$$

$$\text{Ответ: } E = 2 \cdot 10^4 \text{ В/м, } U = 80 \text{ В,}$$

$$W = 7,08 \cdot 10^{-8} \text{ Дж, } \omega = 1,77 \cdot 10^{-3} \text{ Дж/м}^3.$$

347. Воздушный конденсатор емкостью 3 нФ заряжается до разности потенциалов 100 В. Площадь обкладки 10 см<sup>2</sup>. С какой силой одна обкладка притягивается к другой?

348. Найти мощность фотовспышки при разрядке конденсатора емкостью 0,6 мФ, заряженного до напряжения 220 В, если разряд конденсатора происходит в течение 2,5 мс.

349. Поверхностная плотность зарядов на обкладках плоского воздушного конденсатора 0,1 мкКл/м<sup>2</sup>, площадь обкладок 5 см<sup>2</sup>, емкость конденсатора 1 пФ. Какую скорость приобретает электрон, пройдя по силовой линии расстояние от одной обкладки до другой, если его начальная скорость равна нулю.

350. Медный шар массой 1 кг содержит 10<sup>10</sup> нескомпенсированных элементарных зарядов. Определить емкость шара и его потенциал. Плотность меди 8,9 · 10<sup>3</sup> кг/м<sup>3</sup>. Среда – воздух.

351. Заряженный проводящий шар диаметром 4 см обладает электрической энергией 1 Дж. Определить потенциал шара. Среда воздух.

Дано:

$$N = 10^{10}$$

$$\rho = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$\varepsilon = 1$$

### Решение

Емкость шара определим по формуле:

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R. \quad (1)$$

Радиус шара можно определить из

$C - ?$   
 $\varphi - ?$

формулы его объема:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ . (2)

Теперь воспользуемся формулой плотности, подставив в нее (2):

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{3m}{4\pi R^3}.$$

Отсюда:  $R = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}}$ . (3)

Подставив (3) в (1) определим емкость:

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_3\sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}}.$$

Потенциал определим из формулы емкости проводника:  $C = \frac{q}{\varphi}$ , откуда  $\varphi = \frac{q}{C}$ .

Здесь  $q = eN$ , поэтому  $\varphi = \frac{eN}{C}$ .

Произведем вычисления:

$$C = 4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,9 \cdot 10^3}} = 3 \cdot 10^{-12} \Phi$$

$$\varphi = \frac{10^{10} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^{-12}} = 533 \text{ В}.$$

Ответ:  $C = 3 \cdot 10^{-12} \Phi$ ,  $\varphi = 533 \text{ В}$ .

352. Найти поверхностную плотность зарядов на обкладках плоского конденсатора, разделенных слоем парафина толщиной 2 мм, если на обкладки подано напряжение 4 кВ. Диэлектрическая проницаемость парафина 2.

353. Плоский воздушный конденсатор зарядили до разности потенциалов 600 В, а затем отключили от источника тока. Какой станет разность потенциалов между пластиками если расстояние между ними увеличить от 0,2 до 0,7 мм и кроме того пространство между плоскостями заполнить слюдой с диэлектрической проницаемостью 7.

354. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин диаметром 2 см, между которыми находится слой парафина с диэлектрической проницаемостью 2. Какой максимальный заряд должен быть на пластинах, чтобы при напряженности электрического поля 5МВ/м произошел пробой диэлектрика?

## СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ

1. Теорема Пифагора  $a^2 + b^2 = c^2$ .

2. Периметр круга (длина окружности, ограничивающей круг):

$$L = 2\pi R$$

Периметр треугольника равен сумме 3-ех его сторон ( $a, b, c$ ).

$$P = a + b + c$$

$P$  - периметр треугольника

$a, b, c$  - длины сторон треугольника

3. Формулы площади треугольника

- Первая формула:  $S = \frac{a \cdot b \cdot \sin(C)}{2}$

$S$  - площадь треугольника

$a, b$  - длины 2-х сторон треугольника

$C$  - угол между сторонами  $a$  и  $b$ .

- Вторая формула:  $S = \frac{a \cdot h}{2}$

$S$  - площадь треугольника

$a$  - длина стороны треугольника

$h$  - длина высоты, опущенной на сторону  $a$ .

- Третья формула:

- $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$        $p = \frac{a+b+c}{2}$

$S$  - площадь треугольника

$a, b, c$  - длины 3-х сторон треугольника

$p$  - полупериметр треугольника.

- Четвертая формула:  $S = pr$        $p = \frac{a+b+c}{2}$

$S$  - площадь треугольника  
 $r$  - радиус вписанной окружности  
 $p$  - полупериметр треугольника.

- Пятая формула:  $S = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$

$S$  - площадь треугольника  
 $a, b, c$  - длины 3-х сторон треугольника  
 $R$  - радиус описанной окружности.

4. Площадь трапеции  $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

где  $a$  и  $b$  - основание параллелограмма,  $h$  - высота трапеции.

5. Площадь параллелограмма  $S = a \cdot h$

где  $a$  - основание параллелограмма,  $h$  - высота параллелограмма.

6. Площадь круга радиуса  $R$ :  $S = \pi R^2$ .

7. Объем шара  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ; площадь шара  $S = 4\pi r^2$ .

8. Объем конуса  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ; боковая поверхность конуса

$$S_{бок} = \pi r l.$$

9. Объем цилиндра  $V = \pi r^2 h$ ; боковая поверхность цилиндра

$$S_{бок} = 2\pi r h.$$

**Значения тригонометрических функций для некоторых углов**  
**Значения синуса, косинуса, тангенса, котангенса и для**  
**некоторых углов приведены в таблице. («N/A» означает, что**  
**это значение не определено).**

| $\alpha$      | $0^\circ(0$<br>рад) | $30^\circ$<br>$(\pi/6)$ | $45^\circ$<br>$(\pi/4)$ | $60^\circ$<br>$(\pi/3)$ | $90^\circ$<br>$(\pi/2)$ | $180^\circ$<br>$(\pi)$ | $270^\circ$<br>$(3\pi/2)$ | $360^\circ$<br>$(2\pi)$ |
|---------------|---------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|---------------------------|-------------------------|
| $\sin \alpha$ | 0                   | $\frac{1}{2}$           | $\frac{\sqrt{2}}{2}$    | $\frac{\sqrt{3}}{2}$    | 1                       | 0                      | -1                        | 0                       |

|                             |     |                      |                      |                      |     |     |     |     |
|-----------------------------|-----|----------------------|----------------------|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| $\cos \alpha$               | 1   | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0   | -1  | 0   | 1   |
| $\operatorname{tg} \alpha$  | 0   | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           | N/A | 0   | N/A | 0   |
| $\operatorname{ctg} \alpha$ | N/A | $\sqrt{3}$           | 1                    | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0   | N/A | 0   | N/A |

**ТАБЛИЦЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН**  
**Основные физические постоянные (округленные значения)**

| <b>Физическая постоянная</b>     | <b>Обозначение</b> | <b>Числовые значения</b>                                      |
|----------------------------------|--------------------|---|
| Ускорение свободного падения     | g                  | 9,81 м/с <sup>2</sup>   |
| Гравитационная постоянная        | G                  | $6,67 \cdot 10^{-11}$ м <sup>3</sup> / (кг · с <sup>2</sup> ) |
| Число Авогадро                   | N <sub>A</sub>     | $6,02 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>                       |
| Универсальная газовая постоянная | R                  | 8,31 Дж/(моль · К)  |
| Постоянная Больцмана             | k                  | $1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К                                    |
| Заряд электрона                  | e                  | $1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл                                      |
| Скорость света в вакууме         | c                  | $3,00 \cdot 10^8$ м/с   |
| Атомная единица массы            | а.е.м.             | $1,660 \cdot 10^{-27}$ кг                                     |

**Некоторые астрономические величины**

| Наименование                                | Величина<br>(среднее значение) |
|---|--------------------------------|
| Радиус Земли                                | $6,37 \cdot 10^6$ м            |
| Масса Земли                                 | $5,98 \cdot 10^{24}$ кг        |
| Радиус Солнца                               | $6,95 \cdot 10^8$ м            |
| Масса Солнца                                | $1,98 \cdot 10^{30}$ кг        |
| Радиус Луны                                 | $1,74 \cdot 10^6$ м            |
| Масса Луны                                  | $7,33 \cdot 10^{22}$ кг        |
| Расстояние от центра Земли до центра Солнца | $1,49 \cdot 10^{11}$ м         |
| Расстояние от центра Земли до центра Луны   | $3,84 \cdot 10^8$ м            |

### Плотность твёрдых тел

| Твёрдое тело | Плотность,<br>кг/м <sup>3</sup> | Твёрдое тело | Плотность,<br>кг/м <sup>3</sup> |
|--------------|---------------------------------|--------------|---------------------------------|
| Алюминий     | $2,7 \cdot 10^3$                | Медь         | $8,9 \cdot 10^3$                |
| Барий        | $3,5 \cdot 10^3$                | Никель       | $8,9 \cdot 10^3$                |
| Ванадий      | $6,0 \cdot 10^3$                | Свинец       | $11,3 \cdot 10^3$               |
| Висмут       | $9,8 \cdot 10^3$                | Серебро      | $10,5 \cdot 10^3$               |
| Железо       | $7,8 \cdot 10^3$                | Цезий        | $1,9 \cdot 10^3$                |
| Литий        | $0,53 \cdot 10^3$               | Цинк         | $7,1 \cdot 10^3$                |

### Плотность жидкостей

| Жидкость      | Плотность,<br>кг/м <sup>3</sup> | Жидкость    | Плотность,<br>кг/м <sup>3</sup> |
|---------------|---------------------------------|-------------|---------------------------------|
| Вода (при 0С) | $1,00 \cdot 10^3$               | Ртуть       | $13,6 \cdot 10^3$               |
| Глицерин      | $1,26 \cdot 10^3$               | Спирт       | $0,80 \cdot 10^3$               |
|               |                                 | Сероуглерод | $1,26 \cdot 10^3$               |

### Плотность газов (при нормальных условиях)

| Газ | Плотность, | Газ | Плотность, |
|-----|------------|-----|------------|
|     |            |     |            |

|         |                         |          |                         |
|---------|-------------------------|----------|-------------------------|
|         | <b>кг/м<sup>3</sup></b> |          | <b>кг/м<sup>3</sup></b> |
| Водород | 0,09                    | Гелий    | 0,18                    |
| Воздух  | 1,29                    | Кислород | 1,43                    |

| <b>Удельная теплоемкость различных веществ (<math>c</math>, Дж/(кг·К))</b> |       |          |      |
|--|-------|----------|------|
| <b>Твердые тела</b>  |       |          |      |
| Алюминий   | 880   | Медь     | 390  |
| Вольфрам   | 142   | Никель   | 460  |
| Железо   | 460   | Олово    | 230  |
| Золото   | 130   | Свинец   | 130  |
| Калий  | 795   | Серебро  | 230  |
| Латунь   | 384   | Сталь    | 460  |
| Лед  | 210   | Цинк     | 400  |
| Магний   | 1300  | Чугун    | 540  |
| <b>Жидкости</b>  |       |          |      |
| Ацетон   | 2180  | Керосин  | 2100 |
| Бензол   | 1700  | Ртуть    | 138  |
| Вода   | 4190  | Спирт    | 2400 |
| Глицерин   | 2420  | Эфир     | 2350 |
| <b>Газы</b>  |       |          |      |
| Водород  | 14300 | Гелий    | 5290 |
| Воздух   | 1010  | Кислород | 913  |

### **Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей**

| <b>Жидкость</b> | <b>Коэффициент, мН/м</b> | <b>Жидкость</b> | <b>Коэффициент, мН/м</b> |
|-----------------|--------------------------|-----------------|--------------------------|
| Вода            | 72                       | Ртуть           | 500                      |
| Мыльная вода    | 40                       | Спирт           | 22                       |

### **Эффективный диаметр молекул**

| Газ     | Диаметр, м           | Газ      | Диаметр, м           |
|---------|----------------------|----------|----------------------|
| Азот    | $3,0 \cdot 10^{-10}$ | Гелий    | $1,9 \cdot 10^{-10}$ |
| Водород | $2,3 \cdot 10^{-10}$ | Кислород | $2,7 \cdot 10^{-10}$ |

### Диэлектрическая проницаемость

| Вещество | Проницаемость | Вещество                  | Проницаемость |
|----------|---------------|---------------------------|---------------|
| Парафин  | 2,0           | Вода                      | 81            |
| Стекло   | 7,0           | Масло<br>трансформаторное | 2,2           |

### Масса и энергия покоя некоторых частиц

| Частица  | $m_0$                  |         | $E_0$                 |       |
|----------|------------------------|---------|-----------------------|-------|
|          | кг                     | а.е.м.  | Дж                    | МэВ   |
| Электрон | $9,11 \cdot 10^{-31}$  | 0,00055 | $8,16 \cdot 10^{-14}$ | 0,511 |
| Протон   | $1,672 \cdot 10^{-27}$ | 1,00728 | $1,50 \cdot 10^{-10}$ | 938   |
| Нейтрон  | $1,675 \cdot 10^{-27}$ | 1,00867 | $1,51 \cdot 10^{-10}$ | 939   |

### Внесистемные единицы

| Наименование<br>величины                                 | Единица  |             |                                   |
|--|----------|-------------|-----------------------------------|
|  | Название | Обозначение | Соотношение с<br>единицей СИ      |
| <i>а) Допущенные к применению наравне с единицами СИ</i> |          |             |                                   |
| Масса  | тонна    | т           | $1 \text{ т} = 10^3 \text{ кг}$   |
| Время  | минута   | мин         | $1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$    |
|  | час      | ч           | $1 \text{ ч} = 3600 \text{ с}$    |
|  | сутки    | сут         | $1 \text{ сут} = 86400 \text{ с}$ |

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| Площадь   | гектар  | га  | $1 \text{ га} = 10^4 \text{ м}^2$  |
| Объём   | литр  | л   | $1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3$  |
| Температура Цельсия                               | градус Цельсия  | °С  | $1^\circ\text{С} = 1 \text{ К}$  |
| <b><i>б) Допущенные к применению временно</i></b> |   |   |  |
| Длина   | ангстрем  | Å   | $1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ м}$   |
| Масса   | центнер   | ц   | $1 \text{ ц} = 100 \text{ кг}$   |
| Частота вращения                                  | оборот в секунду<br>оборот в минуту   | об/с<br>об/мин/   | $1 \text{ об/с} = 1 \text{ с}^{-1}$<br>$1 \text{ об/мин} = 1/60 \text{ с}^{-1} = 0,0167 \text{ с}^{-1}$  |
| Сила (вес)  | килограмм-сила<br>тонна-сила  | кгс<br>тс   | $1 \text{ кгс} = 9,81 \text{ Н}$<br>$1 \text{ тс} = 9,81 \cdot 10^8 \text{ Н}$   |
| Давление  | килограмм-сила на квадратный сантиметр (техническая атмосфера)<br>миллиметр водяного столба<br>миллиметр ртутного столба<br>бар | $\text{кгс/см}^2$<br>(ат)<br>мм. вод. ст.<br>мм. рт. ст.<br>бар | $1 \text{ кгс/см}^2 = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Па}$<br>$1 \text{ мм. вод. ст.} = 9,81 \text{ Па}$<br>$1 \text{ мм. рт. ст.} = 133 \text{ Па}$<br>$1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па}$ |
| Мощность  | лошадиная   | л.с.  | $1 \text{ л.с.} = 737 \text{ Вт}$  |

|   |                          |         |                                       |
|---|--------------------------|---------|---------------------------------------|
|   | сила                     |         |                                       |
| Теплота   | калория                  | кал     | 1 кал = 4,19 Дж                       |
| <b><i>в) Допущенные к применению в специальных разделах физики и астрономии</i></b> |                          |         |                                       |
| Длина   | световой год             | св. год | 1<br>св.год=9,46·10 <sup>15</sup> м   |
| Масса   | атомная<br>единица массы | а.е.м.  | 1 а.е.м.=1,66·10 <sup>-27</sup><br>кг |
| Энергия   | электрон-вольт           | эВ      | 1 эВ = 1,60·10 <sup>-19</sup><br>Дж   |

**Приставки для обозначения десятичных кратных и дольных единиц**

| Приставка |             | Кратность и дольность                |
|-----------|-------------|--------------------------------------|
| Название  | Обозначение |                                      |
| тера-     | Т           | 1 000 000 000 000 = 10 <sup>12</sup> |
| гига-     | Г           | 1 000 000 000 = 10 <sup>9</sup>      |
| мега-     | М           | 1 000 000 = 10 <sup>6</sup>          |
| кило-     | к           | 1 000 = 10 <sup>3</sup>              |
| гекто-    | г           | 100 = 10 <sup>2</sup>                |
| дека-     | да          | 10 = 10 <sup>1</sup>                 |
| деци-     | д           | 0,1 = 10 <sup>-1</sup>               |
| санти-    | с           | 0,01 = 10 <sup>-2</sup>              |

|        |    |   |
|--------|----|---|
| милли- | м  | $0,001 = 10^{-3}$                           |
| микро- | мк | $0,000\ 001 = 10^{-6}$                      |
| нано-  | н  | $0,000\ 000\ 001 = 10^{-9}$                 |
| пико-  | п  | $0,000\ 000\ 000\ 001 = 10^{-12}$           |
| фемто- | ф  | $0,000\ 000\ 000\ 000\ 001 = 10^{-15}$      |
| атто-  | а  | $0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001 = 10^{-18}$ |

## ЛИТЕРАТУРА

1. А.П. Кирьянов, С.И. Кубарев, С.М. Разинова, И.П. Шапкарин. «Общая физика сборник задач». Москва, 2008г., изд. «Ф-И». - 174 с.
2. Репетитор по физике. Механика. Молекулярная физика. Термодинамика / И.Л. Касаткина. – Издание 5-е, перер. и дополн. / Под ред. Т.В. Шкиль. – Ростов н/Д: Феникс, 2006. – 848 с.
3. А.П. Рымкевич «Физика. Задачник. 10-11 кл.: пособие для общеобразовательных учреждений, 14-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2010. 224 с.
4. Б.К. Галякевич, А.И. Болсун. «Физика в экзаменационных задачах». (Справочник для учителей, репетиторов и абитуриентов). Минск. «Беларуская энциклопедия», 1998. – 431 с.
5. Репетитор по физике. Электромагнетизм. Колебания и волны. Оптика. Элементы теории относительности. Физика атома и атомного ядра / И.Л. Касаткина. – Издание 5-е, перер. и дополн. / Под ред. Т.В. Шкиль. – Ростов н/Д: Феникс, 2006. – 838 с.
6. Ромашневич А.И. Физика. «Электродинамика. 10–11кл.: Учимся решать задачи». – М. Дрофа, – 2004. – 240 с.
7. Журавлева С.Ю. Формирование общего метода решения типовых задач. «Физика в школе» №2. 2003. – С. 44 – 47.
8. Дмитриева В.Ф. Физика: учебник для студентов образовательных учреждений среднего профессионального образования-15 изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. – 464 с.