

**ГАОУ ВО «Дагестанский государственный
университет народного хозяйства»**

*Утвержден решением
Ученого совета ДГУНХ,
протокол № 13 от 29 мая 2021 г.*

ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА
«МАТЕМАТИКА»**

**ПРОФЕССИЯ 08.01.05 МАСТЕР СТОЛЯРНО-
ПЛОТНИЧНЫХ И ПАРКЕТНЫХ РАБОТ**

**УРОВЕНЬ ОБРАЗОВАНИЯ – СРЕДНЕЕ ПРОФЕССИО-
НАЛЬНОЕ**

Составитель – Адаева Патимат Аскендеровна, старший преподаватель профессионального колледжа ДГУНХ.

Внутренний рецензент – Багомедова Мария Магомедовна, старший преподаватель профессионального колледжа ДГУНХ.

Внешний рецензент – Израилов Магомед Магомедов, заместитель директора Республиканского строительного колледжа №1.

Фонд оценочных средств учебного предмета «Математика» разработан в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по профессии 08.01.05 «Мастер столярно-плотничных и паркетных работ», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 25 декабря 2017 г. №1259, в соответствии с приказом Министерства образования и науки РФ от 14 июня 2013 г. №464 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам среднего профессионального образования», в соответствии с приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. №413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования».

Фонд оценочных средств учебного предмета «Математика» размещен на официальном сайте www.dgunh.ru.

Адаева П.А. Фонд оценочных средств учебного предмета «Математика» для профессии 08.01.05 «Мастер столярно-плотничных и паркетных работ». – Махачкала: ДГУНХ, 2021. - 89 с.

Рекомендован к утверждению Учебно-методическим советом ДГУНХ 28 мая 2021 г.

Рекомендован к утверждению руководителем образовательной программы СПО – программы подготовки квалифицированных рабочих и служащих по профессии 08.01.05 «Мастер столярно-плотничных и паркетных работ», Абдуллаевой Э.М.

Одобен на заседании Педагогического совета Профессионального колледжа 24 мая 2021 г., протокол №10.

СОДЕРЖАНИЕ

Назначение фонда оценочных средств.....	4
I. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА.....	5
II. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ДОСТИЖЕНИЯ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ.....	8
2.1. Структура фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	8
2.2. Критерии оценивания результатов обучения на различных этапах их достижения по видам оценочных средств.....	24
2.3. Критерии и шкала оценивания результатов обучения учебного предмета при дифференцированном зачете/экзамене.....	30
III. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ОСНОВНЫХ ВИДОВ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ДОСТИЖЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.....	33
3.1. Типовые контрольные задания для текущего контроля успеваемости обучающихся	33
3.2. Типовые контрольные задания для промежуточной аттестации обучающихся.....	78
IV. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ОСНОВНЫХ ВИДОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ДОСТИЖЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ.....	88
Лист актуализации фонда оценочных средств учебного предмета «Математика».....	89

Назначение фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств (далее ФОС) разрабатывается для текущего контроля успеваемости (оценивания хода освоения учебного предмета), для проведения промежуточной аттестации (оценивания промежуточных и окончательных результатов обучения учебного предмета) обучающихся учебного предмета «Математика» в целях определения соответствия их учебных достижений поэтапным требованиям образовательной программы среднего профессионального образования – программы подготовки квалифицированных рабочих, служащих (далее ППКРС) по профессии 08.01.05 «Мастер столярно-плотничных и паркетных работ».

ФОС учебного предмета «Математика» включают в себя: перечень планируемых, результатов обучения учебного предмета; описание показателей и критериев оценивания результатов обучения на различных этапах их достижения, описание шкал оценивания; типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки основных видов учебной деятельности, характеризующих этапы достижения результатов обучения в процессе освоения ППКРС; методические материалы, определяющие процедуры оценивания основных видов учебной деятельности, характеризующих этапы достижения результатов.

ФОС сформирован на основе ключевых принципов оценивания:

- валидности: объекты оценки должны соответствовать поставленным целям обучения;
- надежности: использование единообразных стандартов и критериев для оценивания достижений;
- объективности: разные обучающиеся должны иметь равные возможности добиться успеха.

Основными параметрами и свойствами фонда оценочных средств являются:

- предметная направленность (соответствие предмету изучения конкретного учебного предмета);
- содержание (состав и взаимосвязь структурных единиц, образующих содержание теоретической и практической составляющих учебного предмета);
- объем (количественный состав оценочных средств, входящих в ФОС);
- качество фонда оценочных средств в целом, обеспечивающего получение объективных и достоверных результатов при проведении контроля с различными целями.

I. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

Учебный предмет «Математика» ориентирована на достижение следующих целей:

- формирование представлений о математике как универсальном языке науки, средств моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, а также последующего обучения в высшей школе;
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для изучения школьных естественнонаучных дисциплин на базовом уровне, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- воспитание средствами математики культуры личности, понимания значимости математики для научно-технического прогресса, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей.

Задачи учебного предмета «Математика»:

- формирование умений и навыков по алгебраической линии, включающая систематизацию сведений о числах; изучение новых и обобщение ранее изученных операций (возведение в степень, извлечение корня, логарифмирование, синус, косинус, тангенс, котангенс и обратные к ним); изучение новых видов числовых выражений и формул; совершенствование практических навыков и вычислительной культуры, расширение и совершенствование алгебраического аппарата, сформированного в основной школе, и его применение к решению математических и прикладных задач;

- овладение теоретико-функциональной линией, включающая систематизацию и расширение сведений о функциях, совершенствование графических умений; знакомство с основными идеями и методами математического анализа в объеме, позволяющем исследовать элементарные функции и решать простейшие геометрические, физические и другие прикладные задачи;

- формирование умений и навыков линии уравнений и неравенств, основанная на построении и исследовании математических моделей, пересекающаяся с алгебраической и теоретико-функциональной линиями и включающая развитие и совершенствование техники алгебраических преобразований для решения уравнений, неравенств и систем; формирование способности строить и исследовать простейшие математические модели при решении прикладных задач, задач из смежных и специальных дисциплин;

- формирование умений и навыков по геометрической линии, включающая наглядные представления о пространственных фигурах и изучение их свойств, формирование и развитие пространственного воображения, развитие способов геометрических измерений, координатного и векторного методов для решения математических и прикладных задач;

- формирование умений и навыков стохастическая линия, основанная на развитии комбинаторных умений, представлений о вероятностно-статистических закономерностях окружающего мира.

Освоение содержания учебного предмета «Математика» обеспечивает достижение обучающимися следующих результатов:

•личностных:

-сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

-понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;

-развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

-овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно - научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;

-готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

-готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;

-готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;

-отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

•метапредметных:

-умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

-умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

-владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

-готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

-владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

-владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

-целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

•предметных:

-сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;

-сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

-владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

-владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

-сформированности представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

-владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

-сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

-владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

Предметные результаты освоения углубленного курса математики должны включать требования:

-сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

-сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

-сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;

-сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

-владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул

комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

II. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ДОСТИЖЕНИЯ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

2.1. Структура фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

№ п/п	Контролируемые разделы, темы учеб- ного предмета	Учебные действия обуча- ющихся (основные виды учебной деятельности) для достижения планиру- емых результатов освое- ния учебного предмета	Наименование оценоч- ного средства	
			Текущий контроль успеваемо- сти	Проме- жуточ- ная ат- тестация
Введение				
1.	Тема 1. Развитие понятия о числе	Выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы. Нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной); сравнение числовых выражений. Нахождение ошибок в преобразованиях и вычислениях (относится ко всем пунктам программы).	Вопросы для обсуж- дения. Решение задач	Контроль- ная работа
2.	Тема 2. Корни, сте- пени и логарифмы	Ознакомление с понятием корня n -й степени, свойствами радикалов и правилами сравнения корней. Формулирование определения корня и свойств корней. Вычисление и сравнение корней, выполнение прикидки значения корня. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих радикалы. Выполнение расчетов по формулам, содержащим	Вопросы для обсуж- дения. Решение задач	Контроль- ная работа

		<p>радикалы, осуществляя необходимые подстановки и преобразования.</p> <p>Определение равносильности выражений с радикалами. Решение иррациональных уравнений.</p> <p>Ознакомление с понятием степени с действительным показателем.</p> <p>Нахождение значений степени, используя при необходимости инструментальные средства.</p> <p>Записывание корня n-й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот.</p> <p>Формулирование свойств степеней. Вычисление степеней с рациональным показателем, выполнение прикидки значения степени, сравнение степеней.</p> <p>Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства.</p> <p>Решение показательных уравнений.</p> <p>Ознакомление с применением корней и степеней при вычислении средних, делении отрезка в «золотом сечении».</p> <p>Решение прикладных задач на сложные проценты.</p>		
Преобразование алгебраических выражений.				
3.	Тема 3. Прямые и плоскости в пространстве	<p>Формулировка и приведение доказательств признаков взаимного расположения прямых и плоскостей. Распознавание на чертежах и моделях различных случаев взаимного расположения</p>	<p>Вопросы для обсуждения.</p> <p>Решение задач</p>	<p>Контрольная работа</p>

	<p>прямых и плоскостей, аргументирование своих суждений.</p> <p>Формулирование определений, признаков и свойств параллельных и перпендикулярных плоскостей, двугранных и линейных углов.</p> <p>Выполнение построения углов между прямыми, прямой и плоскостью, между плоскостями по описанию и распознавание их на моделях.</p> <p>Применение признаков и свойств расположения прямых и плоскостей при решении задач.</p> <p>Изображение на рисунках и конструирование на моделях перпендикуляров и наклонных к плоскости, прямых, параллельных плоскостей, углов между прямой и плоскостью и обоснование построения.</p> <p>Решение задач на вычисление геометрических величин.</p> <p>Описывание расстояния от точки до плоскости, от прямой до плоскости, между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве.</p> <p>Формулирование и доказывание основных теорем о расстояниях (теорем существования, свойства).</p> <p>Изображение на чертежах и моделях расстояния и обоснование своих суждений. Определение и вычисление расстояний в</p>		
--	--	--	--

		<p>пространстве. Применение формул и теорем планиметрии для решения задач.</p> <p>Ознакомление с понятием параллельного проектирования и его свойствами.</p> <p>Формулирование теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника.</p> <p>Применение теории для обоснования построений и вычислений.</p> <p>Аргументирование своих суждений о взаимном расположении пространственных фигур.</p>		
--	--	--	--	--

Тема 4. Элементы комбинаторики.

	<p>Основные понятия комбинаторики</p>	<p>Изучение правила комбинаторики и применение при решении комбинаторных задач.</p> <p>Решение комбинаторных задач методом перебора и по правилу умножения.</p> <p>Ознакомление с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями, перестановками и формулами для их вычисления. Объяснение и применение формул для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач.</p> <p>Ознакомление с биномом Ньютона и треугольником Паскаля.</p> <p>Решение практических задач с использованием понятий и правил комбинаторики</p>	<p>Вопросы для обсуждения.</p> <p>Решение задач</p>	<p>Контрольная работа</p>
	<p>Элементы теории вероятностей</p>	<p>Изучение классического определения вероятности, свойств вероятности,</p>		

		сти, теоремы о сумме вероятностей. Рассмотрение примеров вычисления вероятностей. Решение задач на вычисление вероятностей событий		
	Представление данных (таблицы, диаграммы, графики)	Ознакомление с представлением числовых данных и их характеристиками. Решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик		
4.	Тема 5. Координаты и векторы	Ознакомление с понятием вектора. Изучение декартовой системы координат в пространстве, построение по заданным координатам точек и плоскостей, нахождение координат точек. Нахождение уравнений окружности, сферы, плоскости. Вычисление расстояний между точками. Изучение свойств векторных величин, правил разложения векторов в трехмерном пространстве, правил нахождения координат вектора в пространстве, правил действий с векторами, заданными координатами. Применение теории при решении задач на действия с векторами. Изучение скалярного произведения векторов, векторного уравнения прямой и плоскости. Применение теории при решении задач на действия с векторами, координатный метод, применение векторов для вычисления величин углов и расстояний. Ознакомление с доказа-	Вопросы для обсуждения. Решение задач	Контрольная работа

		<p>тельствами теорем стереометрии о взаимном расположении прямых и плоскостей с использованием векторов</p>		
Тема 6. Основы тригонометрии				
	<p>Основные понятия</p>	<p>Изучение радианного метода измерения углов вращения и их связи с градусной мерой. Изображение углов вращения на окружности, соотношение величины угла с его расположением. Формулирование определений тригонометрических функций для углов поворота и острых углов прямоугольного треугольника и объяснение их взаимосвязи</p>	<p>Вопросы для обсуждения. Решение задач</p>	<p>Контрольная работа</p>
	<p>Основные тригонометрические тождества</p>	<p>Применение основных тригонометрических тождеств для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них</p>		
	<p>Преобразования простейших тригонометрических выражений</p>	<p>Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его. Ознакомление со свойствами симметрии точек на единичной окружности и применение их для вывода формул приведения</p>		

	<p>Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства</p>	<p>Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений. Применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений. Умение отмечать на круге решения простейших тригонометрических неравенств</p>		
	<p>Арксинус, арккосинус, арктангенс числа</p>	<p>Ознакомление с понятием обратных тригонометрических функций. Изучение определений арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа, формулирование их, изображение на единичной окружности, применение при решении уравнений</p>		
Тема 7. Функции, их свойства и графики				
	<p>Функции. Понятие о непрерывности функции</p>	<p>Ознакомление с понятием переменной, примерами зависимостей между переменными. Ознакомление с понятием графика, определение принадлежности точки графику функции. Определение по формуле простейшей зависимости, вида ее графика. Выражение по формуле одной переменной через другие. Ознакомление с определением функции, формулирование его.</p>	<p>Вопросы для обсуждения. Решение задач</p>	<p>Контрольная работа</p>

		Нахождение области определения и области значений функции		
Свойства функции. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях		Ознакомление с примерами функциональных зависимостей в реальных процессах из смежных дисциплин. Ознакомление с доказательствами некоторых свойств линейной и квадратичной функций, проведение исследования линейной, кусочно-линейной, дробно-линейной и квадратичной функций, построение их графиков. Построение и чтение графиков функций. Исследование функции. Составление видов функций по данному условию, решение задачи на экстремум. Выполнение преобразований графика функции		
Обратные функции		Изучение понятия обратной функции, определение вида и построение графика обратной функции, нахождение ее области определения и области значений. Применение свойств функций при исследовании уравнений и решении задач на экстремум. Ознакомление с понятием сложной функции		
Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Обратные		Вычисление значений функций по значению аргумента. Определение положения точки на графике по ее коор-		

	<p>тригонометрические функции</p>	<p>динатам и наоборот. Использование свойств функций для сравнения значений степеней и логарифмов. Построение графиков степенных и логарифмических функций. Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам. Ознакомление с понятием непрерывной периодической функции, формулирование свойств синуса и косинуса, построение их графиков. Ознакомление с понятием гармонических колебаний и примерами гармонических колебаний для описания процессов в физике и других областях знания. Ознакомление с понятием разрывной периодической функции, формулирование свойств тангенса и котангенса, построение их графиков. Применение свойств функций для сравнения значений тригонометрических функций, решения тригонометрических уравнений. Построение графиков обратных тригонометрических функций и определение по графикам их свойств. Выполнение преобразования графиков.</p>		
--	-----------------------------------	---	--	--

Тема 8. Многогранники и тела вращения

	<p>Многогранники</p>	<p>Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств.</p>	<p>Вопросы для обсуждения. Решение задач</p>	<p>Контрольная работа</p>
--	----------------------	---	--	---------------------------

		<p>Изображение многогранников и выполнение построения на изображениях и моделях многогранников. Вычисление линейных элементов и углов в пространственных конфигурациях, аргументирование своих суждений.</p> <p>Характеристика и изображение сечения, развертки многогранников, вычисление площадей поверхностей.</p> <p>Построение простейших сечений куба, призмы, пирамиды.</p> <p>Применение фактов и сведений из планиметрии.</p> <p>Ознакомление с видами симметрий в пространстве, формулирование определений и свойств. Характеристика симметрии тел вращения и многогранников.</p> <p>Применение свойств симметрии при решении задач. Использование приобретенных знаний для исследования и моделирования несложных задач.</p> <p>Изображение основных многогранников и выполнение рисунков по условиям задач</p>		
	<p>Тела и поверхности вращения</p>	<p>Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств.</p> <p>Формулирование теорем о сечении шара</p>		

		<p>плоскостью и плоскостями, касательной к сфере.</p> <p>Характеристика и изображение тел вращения, их развертки, сечения.</p> <p>Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей.</p> <p>Проведение доказательных рассуждений при решении задач.</p> <p>Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел.</p> <p>Изображение основных круглых тел и выполнение рисунка по условию задачи</p>		
Измерения в геометрии		<p>Ознакомление с понятиями площади и объема, аксиомами и свойствами.</p> <p>Решение задач на вычисление площадей плоских фигур с применением соответствующих формул и фактов из планиметрии.</p> <p>Изучение теорем о вычислении объемов пространственных тел, решение задач на применение формул вычисления объемов.</p> <p>Изучение формул для вычисления площадей поверхностей многогранников и тел вращения.</p> <p>Ознакомление с методом вычисления пло-</p>		

		щади поверхности сферы. Решение задач на вычисление площадей поверхности пространственных тел		
Тема 9. Начала математического анализа.				
	Последовательности	<p>Ознакомление с понятием числовой последовательности, способами ее задания, вычислениями ее членов.</p> <p>Ознакомление с понятием предела последовательности. Ознакомление с вычислением суммы бесконечного числового ряда на примере вычисления суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.</p> <p>Решение задач на применение формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии</p>	<p>Вопросы для обсуждения.</p> <p>Решение задач</p>	Контрольная работа
	Производная и ее применение	<p>Ознакомление с понятием производной.</p> <p>Изучение и формулирование ее механического и геометрического смысла, изучение алгоритма вычисления производной на примере вычисления мгновенной скорости и углового коэффициента касательной.</p> <p>Составление уравнения касательной в общем виде.</p> <p>Усвоение правил дифференцирования, таблицы производных элементарных функций, применение для дифференцирования функций, составления</p>		

		<p>уравнения касательной.</p> <p>Изучение теорем о связи свойств функции и производной, формулировка их.</p> <p>Проведение с помощью производной исследования функции, заданной формулой. Установление связи свойств функции и производной по их графикам.</p> <p>Применение производной для решения задач на нахождение наибольшего, наименьшего значения и на нахождение экстремума</p>		
5.	Тема 10. Интеграл его применение.	<p>Ознакомление с понятием интеграла и первообразной. Изучение правила вычисления первообразной и теоремы Ньютона—Лейбница.</p> <p>Решение задач на связь первообразной и ее производной, вычисление первообразной для данной функции.</p> <p>Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей</p>	<p>Вопросы для обсуждения.</p> <p>Решение задач</p>	Контрольная работа
Тема 11. Элементы теории вероятности и математической статистики.				
	Основные понятия комбинаторики	<p>Изучение правила комбинаторики и применение при решении комбинаторных задач.</p> <p>Решение комбинаторных задач методом перебора и по правилу умножения.</p> <p>Ознакомление с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями, перестановками и формулами для их</p>	<p>Вопросы для обсуждения.</p> <p>Решение задач</p>	Контрольная работа

		<p>вычисления. Объяснение и применение формул для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач. Ознакомление с биномом Ньютона и треугольником Паскаля. Решение практических задач с использованием понятий и правил комбинаторики</p>		
	Элементы теории вероятностей	<p>Изучение классического определения вероятности, свойств вероятности, теоремы о сумме вероятностей. Рассмотрение примеров вычисления вероятностей. Решение задач на вычисление вероятностей событий</p>		
	Представление данных (таблицы, диаграммы, графики)	<p>Ознакомление с представлением числовых данных и их характеристиками. Решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик</p>		
Тема 12. Уравнения и неравенства				
	Уравнения и системы уравнений Неравенства и системы неравенств с двумя переменными	<p>Ознакомление с простейшими сведениями о корнях алгебраических уравнений, понятиями исследования уравнений и систем уравнений. Изучение теории равносильности уравнений и ее применения. Повторение записи решения стандартных уравнений, приемов преобразования уравнений для сведения к</p>	<p>Вопросы для обсуждения. Решение задач</p>	<p>Контрольная работа</p>

	<p>стандартному уравнению.</p> <p>Решение рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических уравнений и систем.</p> <p>Использование свойств и графиков функций для решения уравнений. Повторение основных приемов решения систем.</p> <p>Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода).</p> <p>Решение систем уравнений с применением различных способов.</p> <p>Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств.</p> <p>Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.</p> <p>Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретирование результатов с учетом реальных ограничений.</p>		
--	--	--	--

2.2. Критерии оценивания результатов обучения на различных этапах их достижения по видам оценочных средств

Балльно-рейтинговая система является базовой системой оценивания достижения обучающимися результатов обучения.

Итоговая оценка достижения обучающимися результатов обучения в рамках балльно-рейтинговой системы осуществляется в ходе текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации и определяется как сумма баллов, полученных обучающимися в результате прохождения всех форм контроля.

Оценка достижения обучающимися результатов обучения учебного предмета складывается из двух составляющих:

✓ первая составляющая – оценка преподавателем достижения обучающимися результатов обучения в течение семестра в ходе текущего контроля успеваемости (максимум 100 баллов). Структура первой составляющей определяется технологической картой учебного предмета, которая в начале семестра доводится до сведения обучающихся;

✓ вторая составляющая – оценка достижения обучающимися результатов обучения на экзамене (максимум – 30 баллов) / при дифференцированном зачете (максимум – 20 баллов).

<i>4 – балльная шкала</i>	<i>«отлично»</i>	<i>«хорошо»</i>	<i>«удовлетворительно»</i>	<i>«неудовлетворительно»</i>
100-балльная шкала	85и \geq	70– 84	51– 69	0–50
Бинарная шкала	Зачтено			Не зачтено

ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

<i>№ п/п</i>	<i>Наименование оценочного средства</i>	<i>Характеристика оценочного средства</i>	<i>Представление оценочного средства в ФОСе</i>
УСТНЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА			
1.	Устный опрос	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы для обсуждения по темам учебного предмета
ПИСЬМЕННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА			
1.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
2.	Задача	Это средство раскрытия связи между данными и искомым, за-	Раздаточный материал

		данными условием задачи, на основе чего необходимо	
3.	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам

А) КРИТЕРИИ И ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ОТВЕТОВ НА УСТНЫЕ ВОПРОСЫ

№ п/п	Критерии оценивания	Шкала оценок	
		Количество баллов	Оценка
1.	1) обучающийся полно и аргументированно отвечает по содержанию задания; 2) обучающийся обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные; 3) излагает материал последовательно и правильно.	10	«Отлично» (высокий уровень достижения результатов обучения)
2.	1) полно и аргументированно отвечает по содержанию задания; 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные; 3) излагает материал последовательно и правильно, но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет	8	«Хорошо» (достаточный уровень достижения результатов обучения)
3.	обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но: 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил; 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.	5	«Удовлетворительно» (приемлемый уровень достижения результатов обучения)
4.	обучающийся обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал; отмечаются	0	«Не удовлетворительно» (недостаточный уровень достижения)

	такие недостатки в подготовке обучающегося, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.		результатов обучения)
--	---	--	-----------------------

Б) КРИТЕРИИ И ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ТЕСТИРОВАНИЯ

№ n/n	Критерии оценивания	Количество баллов	Шкала оценок
			Оценка
1.	90-100% правильных ответов	9-10	Отлично (высокий уровень достижения результатов обучения)
2.	80-89% правильных ответов	7-8	Хорошо (достаточный уровень достижения результатов обучения)
3.	70-79% правильных ответов	5-6	
4.	60-69% правильных ответов	3-4	Удовлетворительно (приемлемый уровень достижения результатов обучения)
5.	50-59% правильных ответов	1-2	
6.	менее 50% правильных ответов	0	Неудовлетворительно (недостаточный уровень достижения результатов обучения)

В) КРИТЕРИИ И ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

№ n/n	Критерии оценивания	Шкала оценок	
		Количество баллов	Оценка
1.	Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный ответ. Ясно описан способ решения.	9-10	Отлично (высокий уровень достижения результатов обучения)
2.	Верное решение, но имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение, такие как небольшие логические пропуски, не связанные с основной идеей решения. Решение оформлено не вполне аккуратно, но это не мешает пониманию решения.	7-8	Хорошо (достаточный уровень достижения результатов обучения)
3.	Решение в целом верное. В логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок, но задача решена неоптимальным способом или допущено не более двух незначительных ошибок. В работе присутствуют арифметическая ошибка, механическая ошибка или описка при переписывании выкладок или ответа, не искажившие содержание ответа.	5-6	

4.	В логическом рассуждении и решении нет ошибок, но допущена существенная ошибка в математических расчетах. При объяснении сложного явления указаны не все существенные факторы.	3-4	Удовлетворительно (приемлемый уровень достижения результатов обучения)
5.	Имеются существенные ошибки в логическом рассуждении и в решении. Рассчитанное значение искомой величины искажает содержание ответа. Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.	2-3	Неудовлетворительно (недостаточный уровень достижения результатов обучения)
6.	Рассмотрены отдельные случаи при отсутствии решения. Отсутствует окончательный численный ответ (если он предусмотрен в задаче). Правильный ответ угадан, а выстроенное под него решение безосновательно.	1	
7.	Решение неверное или отсутствует.	0	

Г) КРИТЕРИИ И ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

№ n/n	Критерии оценивания	Шкала оценок	
		Количество баллов	Оценка
1.	Работа выполнена полностью. Нет ошибок в логических рассуждениях. Возможно наличие одной неточности или описки, не являющихся следствием незнания или непонимания учебного материала. Обучающийся показал полный объем знаний, умений в освоении пройденных тем и применение их на практике.	9-12	«Отлично» (высокий уровень достижения результатов обучения)
2.	Работа выполнена полностью, но обоснований шагов решения недостаточно. Допущена одна ошибка или два-три недочета.	6-9	«Хорошо» (достаточный уровень достижения результатов обучения)
3.	Допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов.	3-6	«Удовлетворительно» (приемлемый уровень достижения результатов обучения)
4.	Работа выполнена не полностью. Допущены грубые	1-3	«Неудовле-

	ошибки. Работа выполнена не самостоятельно.		творительно» (недостаточный уровень достижения результатов обучения)
5.	Работа не сдана	0	

Д) КРИТЕРИИ И ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

№ п/п	Критерии оценивания	Шкала оценок	
		Количество баллов	Оценка
1.	Исключительные знания, абсолютное понимание сути вопросов, безукоризненное знание основных понятий и положений, логически и лексически грамотно изложенные, содержательные, аргументированные и исчерпывающие ответы.	28-30	Отлично (высокий уровень достижения результатов обучения)
2.	Глубокие знания материала, отличное понимание сути вопросов, твердое знание основных понятий и положений по вопросам, структурированные, последовательные, полные, правильные ответы.	25-27	
3.	Глубокие знания материала, правильное понимание сути вопросов, знание основных понятий и положений по вопросам, содержательные, полные и конкретные ответ на вопросы. Наличие несущественных или технических ошибок.	22-24	
4.	Твердые, достаточно полные знания, хорошее понимание сути вопросов, правильные ответы на вопросы, минимальное количество неточностей, небрежное оформление.	19-21	Хорошо (достаточный уровень достижения результатов обучения)
5.	Твердые, но недостаточно полные знания, по сути верное понимание вопросов, в целом правильные ответы на вопросы, наличие неточностей, небрежное оформление.	16-17	
6.	Общие знания, большого числа неточностей, небрежное недостаточное понимание сути вопросов, наличие оформление.	13-15	
7.	Относительные знания, наличие ошибок, небрежное оформление.	10-12	Удовлетворительно (приемлемый уровень достижения результатов обучения)
8.	поверхностные знания, наличие грубых ошибок, отсутствие логики изложения материала.	7-9	
9.	Непонимание сути, большое количество	4-6	Неудовлетвори-

	грубых ошибок, отсутствие логики изложения материала.		тельно (недостаточный уровень достижения результатов обучения)
10.	Не дан ответ на поставленные вопросы.	1-3	
11.	Отсутствие ответа, дан ответ на другие вопросы, списывание в ходе выполнения работы, наличие на рабочем месте технических средств, в том числе телефона.	0	

Е) КРИТЕРИИ И ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРИ ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОМ ЗАЧЕТЕ

№ n/n	Критерии оценивания	Шкала оценок	
		Количество баллов	Оценка
1.	Дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где обучающийся продемонстрировал знание учебной дисциплины в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок.	10-20	Отлично (высокий уровень достижения результатов обучения)
2.	Дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где обучающегося демонстрирует знания, приобретенные на занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.		Хорошо (достаточный уровень достижения результатов обучения)
3.	Дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой учебной дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.		Удовлетворительно (приемлемый уровень достижения результатов обучения)
4.	Дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изу-	0-9	Неудовлетворитель-

	чаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностные. Решение практических заданий не выполнено, т.е. обучающийся не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.		но (недостаточный уровень достижения результатов обучения)
--	---	--	--

Ж) КРИТЕРИИ И ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ НА ЭКЗАМЕНЕ

№ п/п	Критерии оценивания	Шкала оценок	
		Количество баллов	Оценка
1.	Дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где обучающийся продемонстрировал знание учебного предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок	24-30	Отлично (высокий уровень достижения результатов обучения)
2.	Дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где обучающийся демонстрирует знания, приобретенные на занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.	17-23	Хорошо (достаточный уровень достижения результатов обучения)
3.	Дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой учебного предмета, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью,	10-16	Удовлетворительно (приемлемый уровень достижения результатов обучения)

	логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.		
4.	Дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено, т.е. обучающийся не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.	0-9	Неудовлетворительно (недостаточный уровень достижения результатов обучения)

2.3. Критерии и шкала оценивания результатов обучения учебного предмета при дифференцированном зачете/экзамене

При дифференцированном зачете:

№ п/п	Критерии оценивания	Шкала оценок	
		Сумма баллов учебной дисциплины	Оценка
1.	Обучающийся глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач по учебному предмету.	51 и выше	Отлично (высокий уровень достижения результатов обучения)
2.	Обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения, а также имеет достаточно		Хорошо (достаточный уровень достижения результатов обучения)

	полное представление о значимости знаний учебного предмета.		
3.	обучающийся имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильны формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой.		Удовлетворительно (приемлемый уровень достижения результатов обучения)
4.	Обучающийся не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы, не может продолжить обучение без дополнительных занятий по данному учебному предмету.	менее 51	Не зачтено (недостаточный уровень достижения результатов обучения)

При экзамене:

№ n/n	Критерии оценивания	Шкала оценок	
		Сумма баллов учебного предмета	Оценка
1.	Обучающийся глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач по учебному предмету.	85 и выше	Отлично (высокий уровень достижения результатов обучения)
2.	Обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения, а так же имеет достаточно полное представление о значимости знаний учебного предмета.	75-84	Хорошо (достаточный уровень достижения результатов обучения)

3.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой.	51– 74	Удовлетворительно (приемлемый уровень достижения результатов обучения)
4.	Обучающийся не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы, не может продолжить обучение без дополнительных занятий по данному учебному предмету.	Менее 51	Неудовлетворительно (недостаточный уровень достижения результатов обучения)

III. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ОСНОВНЫХ ВИДОВ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ДОСТИЖЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

3.1. Типовые контрольные задания для текущего контроля успеваемости обучающихся

Входная контрольная работа

I вариант

Часть I

1. Какое из данных чисел не входит в область определения выражения $\sqrt{4-x}$?

- 1) - 6; 2) 0; 3) 4; 4) 8.

2. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 - 3y = -9 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

- 1) (0;3); 2) (0;-3); 3) (0;3), (-3;6); 4) (3;0), (6;-3).

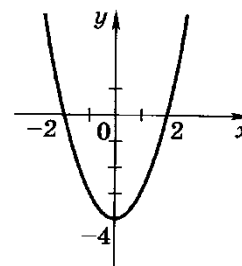
3. Чему равно значение выражения $\frac{a^{-4}a^{-3}}{a^{-5}}$ при $a = \frac{1}{3}$?

- 1) - 9; 2) $-\frac{1}{9}$; 3) $\frac{1}{9}$; 4) 9.

4. График какой из функций изображен на рисунке?

1) $y = x^2 - 2$; 2) $y = -x^2 + 2$;

3) $y = x^2 - 4$; 4) $y = -x^2 + 4$.



5. Решите неравенство: $3(1-x) - (2-x) < 5$

- 1) $x > -2$; 2) $x < -2$; 3) $x < 2$; 4) $x > 2$.

Часть II

1. Упростите выражение: $\frac{x^2 - y^2}{2x} \cdot \frac{2xy}{xy - y^2}$.

2. Решите задачу:

Катер прошел по течению реки за 4 ч такое же расстояние, какое он проходит за 7 ч против течения. Собственная скорость катера 30 км/ч. Определите скорость течения реки.

Часть III

1. Решите уравнение: $(x+2)^4 + 5(x+2)^2 - 36 = 0$.

II вариант

Часть I

1. Какое из данных чисел не входит в область определения выражения $\sqrt{x+2}$?

- 1) 2; 2) 0; 3) -4; 4) -2.

2. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 - 3y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

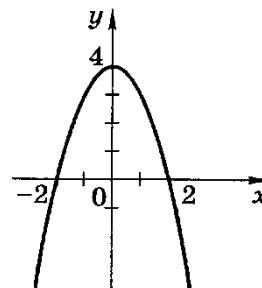
- 1) (0;3); 2) (0;-3); 3) (0;-3), (3;0); 4) (-3;0), (0;3).

3. Чему равно значение выражения $\frac{a^{-9}}{a^{-5}a^{-2}}$ при $a = \frac{1}{2}$?

- 1) -4; 2) $-\frac{1}{4}$; 3) $\frac{1}{4}$; 4) 4.

4. График какой из функций изображен на рисунке?

- 1) $y = x^2 - 2$; 2) $y = -x^2 + 2$;
3) $y = x^2 + 4$; 4) $y = -x^2 + 4$.



5. Решите неравенство:

$$6 - 3x < 19 - (x - 7)$$

- 1) $x > -10$; 2) $x < -10$; 3) $x < -3$; 4) $x > -3$.

Часть II

1. Упростите выражение: $\frac{a^2 - b^2}{a^2} \cdot \frac{a}{ab + b^2}$.

2. Решите задачу:

Расстояние между двумя пристанями по реке 12 км. За 7 ч лодка проплыла от одной пристани до другой и вернулась обратно. Известно, что собственная скорость лодки 5 км/ч. Найдите скорость течения реки.

Часть III

1. Решите уравнение: $(x-5)^4 - 3(x-5)^2 - 4 = 0$.

Ключи для проверки заданий

№	1	2	3	4	5	6	7	8
1 вариант	4	1	4	3	1	$2(x+y)$	14	-4; 0
2 вариант	3	2	4	4	1	$(a-b)/ab$	18	-7; 3

Тема 1. Развитие понятия о числе

Тема 1. Целые и рациональные числа. Действительные числа.

Задание 1. Перечень вопросов по теме для устного обсуждения

Целые и рациональные числа.

Действительные числа.

Приближенные вычисления.

Комплексные числа.

Задание 2. Решение задач.

1. Выполнение действий с целыми и рациональными числами»

№1. Записать в виде десятичной дроби:

1) 2) 3) 4) $8/11$

№2. Выполнить действия и записать результат в виде десятичной дроби:

1) ; 2) ; 3) ; 4) $8/13 - 2/3$

№3. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь:

1) $0,(6)$; 2) $0,1(2)$; 3) $-3,(27)$; 4) $1,(55)$; 5) $-0,(8)$.

Образец выполнения задания: $-2,3(82)$

Решение:

$$x = -2,3(82) = -2,3828282\dots$$

$$10x = -23,828282\dots$$

$$1000x = -2382,8282\dots$$

$$1000x - 10x = -2382,8282\dots - (-23,828282\dots)$$

$$990x = -2359$$

Ответ: $-2379/990$

№4. Вычислить:

1) $(20,88 : 18 + 45 : 0,36) : (19,59 + 11,95)$;

2)

№5. Вычислить:

а)

б)

2. Решение упражнений с действительными числами»

Пример 1. Сократить дробь.

Решение:

В соответствии с основным свойством дроби.

Ответ:

Пример 2. Вычислите.

Решение:

Ответ: 2,8.

Пример 3. Влажность сухой цементной смеси на складе составляет 18%. Во время перевозки из-за дождей влажность смеси повысилась на 2%. Найдите массу привезенной смеси, если со склада было отправлено 400 кг.

Решение:

$400 \cdot 0,18 = 72$ (кг) - масса влаги в цементе на складе;

$400 - 72 = 328$ (кг) - масса цемента без влаги (сухого);

$328 \cdot 100 : 80 = 410$ (кг) - масса привезённой смеси со склада.

Ответ: 410 кг.

Пример 4. Вычислите $|-9,6|+|-7,4|-2$.

Решение:

На основании определения модуля

$|-9,6|+|-7,4|-2 = 9,6 + 7,4 - 2 = 15$.

Ответ: 15.

Пример 5. Найти x , если.

Решение:

$22,5 : (-0,5) = -225 : 5 = -45$; $15 \cdot x = -45$; $x = -45 : 15 = -3$.

Ответ: -3 .

Практические задания:

№1. Выполните действия:

1) $(2,125 \cdot 0,32 - 1,93) : 2,5 - 0,5$.

2) $6,75 - 6,75 \cdot (0,45 - 6,72 : 6,4)$.

3) .

4) .

5) .

6) .

7) .

8) .

9) .

10) .

№2. Вычислить 15% от 84.

№3. Найти число, если 8% его равны 24.

№4. На сколько процентов уменьшится произведение двух чисел, если одно из них уменьшить на 25%, а другое – на 50%?

№5. Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 5%. Книга стоит 200 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу? 8. В сентябре 1 кг слив стоил 60 руб. В октябре сливы подорожали на 25%. Сколько рублей стоил 1 кг слив после подорожания в октябре?

№6. Сколько процентов составляет 5 кг от 40 кг?

№7. План выпуска деталей 60 штук, а изготовлено 45. Вычислите процент выполнения плана.

№8. Комбайн убрал в первый день $5/12$ поля, а на другой день 21га. Какова площадь поля?

№9. Представьте в виде бесконечной десятичной дроби $5/9$

Ответы:

№1.

1) – 1; 2) 10,8; 3) 4,05; 4) – 2,7; 5) – 1,5; 6) ; 7) ; 8) – 0,4;
9) – 2; 10) – 2,4;

№2. 12,6;

№3. 300;

№4. 62,5%.

№5.

№6. 12,5%

№7. 75%

№8. 36га

№9. $(0,555\dots) = 0(5)$

Практическое задание: Решение упражнений на приближенные вычисления.

Применив правила для выполнения действий без точного учета погрешностей, выполните действия.

№1. Найти сумму и разность, если:

а) ; б) ; ;

в) ; ; г) ;

№2. Найти произведение и частное, если

а) ; ; б) ; ;

в) ; ; г) ;

№3. Найдите значение выражения для ; . Для вычисления рекомендуется пользоваться калькулятором.

№4. Вычислите, ответ округлите до 0,001.

1 вариант 2 вариант

а)

а)

б)

б)

в)

в)

г)

г)

Задание 3. Вопросы для повторения

1. Какие числа называются натуральными? Какое обозначение введено для множества натуральных чисел?

2. Какие числа входят в множество целых чисел? Какое обозначение принято для этого множества?
3. Какое множество называется множеством рациональных чисел и как это множество обозначается?
4. Перечислите основные законы действий над рациональными числами.
5. Какие обыкновенные дроби обращаются в конечные десятичные?
6. Какие обыкновенные дроби выражаются только приближенными десятичными?
7. Какие десятичные дроби называются бесконечными периодическими?
8. Что называется периодом бесконечной периодической десятичной дроби?
9. Какие периодические дроби называются чистыми и смешанными и как сокращенно они записываются?
10. Как записываются целые числа и конечные десятичные дроби в виде бесконечных периодических дробей?
11. Любая ли бесконечная периодическая десятичная дробь является рациональным числом?
12. Как обратить чистую периодическую десятичную дробь в обыкновенную?
13. Как обратить смешанную периодическую десятичную дробь в обыкновенную?
14. Какое исключение представляет собой бесконечная периодическая десятичная дробь с периодом 9?
15. Какие числа называются иррациональными и как обозначается множество иррациональных чисел?
16. Какие числа называются действительными и какое для них введено обозначение?
17. Что понимается под абсолютной величиной действительного числа?
18. Почему нельзя делить на нуль?

Задание 4. Контрольная работа по теме «Развитие понятия о числе»

1 ВАРИАНТ

1. Запишите число в стандартном виде:

- а) 730000000; б) 0,0000025;
 в) $0,24 \cdot 10^{-3}$; г) $75,2 \cdot 10^4$.

2. Представьте обыкновенную дробь в виде десятичной периодической дроби:

- а) $\frac{13}{15}$; б) $\frac{35}{111}$.

3. Вычислите:

$$i^8 + i^{40} + i^{30} + 2i^2 - i^{52}.$$

4. Найдите сопряжённое число комплексному числу: $z = 4 + 5i$.

5. Обратите чистые периодические десятичные дроби в обыкновенные:

- а) 0,(42); б) 0,(513).

6. Обратите смешанные периодические десятичные дроби в обыкновенные дроби:

- а) 0,0(27); б) 0,0(01).

7. Даны числа $z_1 = -1 + 3i$, $z_2 = 4 + 5i$. Вычислите:

а) модули чисел z_1 и z_2 ;

б) сумму чисел z_1 и z_2 ;

в) разность чисел z_1 и z_2 ;

г) произведение чисел z_1 и z_2 .

8. Постройте комплексные числа в координатной плоскости:

$$z_1 = -1 + 3i, z_2 = 4 + 5i.$$

9. Найдите значение дроби:

$$\frac{12,8 : 0,64 + 3,05 : 0,05}{8\frac{2}{3} : 1\frac{4}{9} - 1}$$

2 ВАРИАНТ

1. Запишите число в стандартном виде:

а) 37000000; б) 0,00000052;

в) $0,42 \cdot 10^{-4}$; г) $52,7 \cdot 10^5$.

2. Представьте обыкновенную дробь в виде десятичной периодической дроби:

а) $\frac{3}{11}$; б) $\frac{95}{333}$.

3. Вычислите:

$$2i^6 + i^{20} + i^{30} + i^{36} + i^{54}.$$

4. Найдите сопряжённое число комплексному числу:

$$z = 4 - 7i.$$

5. Обратите чистые периодические десятичные дроби в обыкновенные:

а) $0,(72)$; б) $0,(918)$.

6. Обратите смешанные периодические десятичные дроби в обыкновенные дроби:

а) $0,3(6)$; б) $0,11(6)$.

7. Даны числа $z_1 = -3 + 5i$, $z_2 = 4 - 7i$. Вычислите:

а) модули чисел z_1 и z_2 ;

б) сумму чисел z_1 и z_2 ;

в) разность чисел z_1 и z_2 ;

г) произведение чисел z_1 и z_2 .

8. Постройте комплексные числа в координатной плоскости:

$$z_1 = -3 + 5i, z_2 = 4 - 7i.$$

9. Найдите значение дроби:

$$\frac{203,4 : 9 - (5,39 - 7,39)}{\frac{3}{14} * \frac{7}{9} - \frac{1}{3}}$$

Тема 2. Корни, степени и логарифмы

Задание 1. Перечень вопросов по теме для устного обсуждения:

Корни натуральной степени из числа и их свойства.

Степени с рациональными показателями и их свойства.

Степени с действительными показателями и их свойства.

Понятие логарифма числа. Основное логарифмическое тождество.

Правила действий с логарифмами. Переход к новому основанию. Десятичные и натуральные логарифмы.

Преобразование рациональных и иррациональных выражений.

Преобразование степенных и показательных выражений.

Преобразование логарифмических выражений.

Задание 2. Карточки с заданиями:

Карточка 1.

1. Найдите логарифм числа 8 по основанию 2: $(\log_2 8)U_2$;
2. Найдите логарифм числа $1/27$ по основанию 3: $(\log_3 1/27)$;
3. Найдите логарифм числа 81 по основанию 3: $\log_3 81$;
4. Найдите число x : $\log_3 x = -1$;
5. Найдите число x : $\log_{\sqrt{5}} x = 0$;

Карточка 2.

1. Найдите значение выражения: $\log_2 16 + \log_2 2$;
2. Найдите значение выражения: $\log_{12} 36 + \log_{12} 4$;
3. Найдите значение выражения: $\log_3 27/a$ Р, если $\log_3 a = 0,5$;
4. Найдите значение выражения: $4^{2\log_4 3}$;

Задание 3. Решение примеров

1. Вычислить

а) $\lg 5 + \lg 2 = \lg(5 * 2) = \lg 10 = 1$

б) $\log_{\frac{5}{2}} 5 - \log_{\frac{5}{2}} 2 = \log_{\frac{5}{2}} \frac{5}{2} = 1$

2. Прологарифмировать по основанию 3 выражение:

$$9a^7 \sqrt[6]{b} \quad (a, b > 0)$$

$$\log_3(9a^7 \sqrt[6]{b})$$

3. Вычислить логарифм 11251125 по основанию 55: $\log_5(1125)$

4. Вычислить логарифм 44 по основанию 6464: $\log_6(4)$

Задание 3. Контрольная работа по теме: корни, степени и логарифмы

Вариант 1

Часть А

1. Найдите значение числового выражения:

а) $\sqrt[4]{16 \cdot 0,0001}$;

б) $\sqrt[6]{\frac{16}{0,25}}$;

в) $9^{2\frac{1}{2}}$;

г) $3^{\log_3 8}$;

д) $\log_3 \frac{1}{27}$;

е) $\log_{\sqrt{2}} 8$.

2. Представьте степень с дробным показателем в виде корня:

а) $5^{\frac{2}{3}}$;

б) $c^{0,2}$.

3. Упростите выражение:

$$\frac{(a^{-1}b^{-1})^{-\frac{1}{2}}(a^{-3}b^{-7})^{\frac{1}{4}}}{(a^{-1}b^3)^{\frac{3}{4}}}$$

Часть В

1. Вычислите:

а) $\frac{\frac{1}{2}\log_3 64 - 2\log_3 2}{\log_3 2}$;

б) $9^{-\frac{5}{2}} + 10 \cdot (4^0)^5 - (0,25)^{-\frac{2}{3}} - 9^{-\frac{3}{2}} \cdot 27 \cdot 3^{-5}$

в) $\sqrt[5]{6 - 2\sqrt{17}} \cdot \sqrt[5]{6 + 2\sqrt{17}}$

2. Упростите выражение:

а) $\frac{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{a - b}{a + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b}$ + $2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$

Вариант 2

Часть А

1. Найдите значение числового выражения:

а) $\sqrt[5]{0,00032 \cdot 243}$;

б) $\sqrt[4]{\frac{16}{0,0625}}$;

в) $(0,064)^{\frac{2}{3}}$;

г) $12^{\log_{12} 2}$;

д) $\log_4 \frac{1}{64}$;

е) $\log_{\sqrt{3}} 81$.

2. Представьте степень с дробным показателем в виде корня:

а) $7^{\frac{4}{3}}$;

б) $b^{0,5}$.

3. Упростить выражение:

$$\frac{(ab^{-2})^{-\frac{3}{2}}}{(a^{-1}b^2)^{\frac{2}{5}}}$$

Часть В

1. Вычислите:

$$а) \frac{\log_6 12 + 2 \log_6 2}{\frac{1}{3} \log_6 27 + 4 \log_6 2}$$

$$б) 9^{\frac{3}{2}} - (5^0)^3 \cdot 3 + (0,01)^{\frac{1}{2}} - 9 \cdot 3^{-3} \cdot 27^{\frac{2}{3}}$$

$$в) \sqrt[4]{6 + 2\sqrt{5}} \cdot \sqrt[4]{6 - 2\sqrt{5}}$$

2. Упростите выражение:

$$а) \frac{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}{\frac{1}{a^2}} - \frac{\frac{1}{a^2}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}} + \frac{b}{a - a^2 b^2}$$

Тема 3. Прямые и плоскости в пространстве

Задание 1. Перечень вопросов по теме для устного обсуждения:

Прямая на плоскости и ее уравнения. Общее уравнение прямой.

Уравнение прямой и плоскости в пространстве.

Параллельность прямых и плоскостей в пространстве.

Перпендикулярность в пространстве. Двугранный угол.

Расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями, между скрещивающимися прямыми.

Геометрические преобразования пространства.

Задание 2. Разбор и решение примеров

Пример №1

На рёбрах KK_1, K_1L_1, L_1M_1 призмы $KLMNK_1L_1M_1N_1$ выбраны точки A, B, C , причём прямая, определённая точками B и C , не параллельна ребру K_1N_1 (рис. 79). Плоскости ABC и KNN_1 имеют общую точку A . В соответствии с аксиомой 3 они имеют общую прямую. Построим её.

Точка A принадлежит грани KK_1N_1N , а точки B, C — грани $K_1L_1M_1N_1$, и эти грани пересекаются по прямой K_1N_1 . Эта прямая и прямая BC лежат в одной плоскости и не параллельны. Поэтому они пересекаются в некоторой точке. Найдём её, продлив отрезки BC и K_1N_1 , и получим точку P .

Точка P принадлежит прямым BC и K_1N_1 , значит, она принадлежит как плоскости ABC , так и плоскости KK_1N_1 . Этим же плоскостям принадлежит и точка A . Значит, прямая, определённая точками P и A , принадлежит и плоскости ABC , и плоскости KK_1N_1 . Иными словами, плоскости ABC и KK_1N_1 пересекаются по прямой PA .

Теорема 3. Через прямую и точку вне её проходит единственная плоскость.

Доказательство: Пусть есть прямая l и точка A , которая не принадлежит прямой l (рис. 80).

Выберем на прямой l две точки B и C . Точки A, B, C не лежат на одной прямой, поэтому по аксиоме 1 через них проходит некоторая плоскость α (рис. 81).

Плоскость α в соответствии с аксиомой 2 проходит и через прямую l , так как две её точки B и C принадлежат плоскости α .



Рис. 80

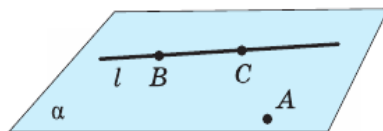


Рис. 81

Допустим, что через прямую l и точку A проходит ещё одна плоскость β . Тогда плоскость β проходит как через точку A , так и через точки B и C . Поскольку по аксиоме 1 через три различные точки проходит единственная плоскость, то плоскость β совпадает с плоскостью α . Значит, через прямую l и точку A вне её проходит единственная плоскость.

Теорема 4. Через две пересекающиеся прямые проходит единственная плоскость.

Доказательство: Пусть имеются две пересекающиеся прямые p и q , и D — их общая точка (рис. 82).

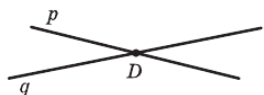


Рис. 82

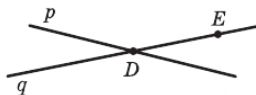


Рис. 83

Выберем на прямой q какую-либо точку E , отличную от точки D (рис. 83). В соответствии с теоремой 3 через прямую p и точку E проходит единственная плоскость γ . Плоскость γ проходит и через прямую q , так как две точки D и E прямой q принадлежат плоскости γ .

Допустим, что через прямые p и q проходит ещё одна плоскость δ . Тогда плоскость δ проходит через точку E . Но через эту точку и прямую p в соответствии с теоремой 3 проходит единственная плоскость. Значит, плоскость δ совпадает с плоскостью γ . Таким образом, через пересекающиеся прямые p и q проходит единственная плоскость.

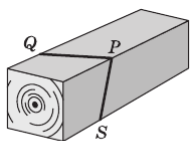


Рис. 84

Теорема 4 находит своё применение на практике. Если столяру нужно распилить брусок под определённым углом, он, чтобы наметить плоскость распила, проводит в двух смежных гранях бруска пересекающиеся прямые PQ и PS (рис. 84).

Пример №2

Докажите, что:

- а) если некоторая точка A лежит на прямой k , принадлежащей плоскости α , то точка A принадлежит плоскости α ;
- б) если две точки A и B принадлежат как прямой l , так и плоскости α , то прямая l лежит в плоскости α ;
- в) если плоскости α и β пересекаются по прямой l и точка A принадлежит как плоскости α , так и плоскости β , то точка A принадлежит прямой l ;
- г) прямая a , пересекающая в различных точках две пересекающиеся прямые k и l , принадлежит плоскости этих прямых.

Решение:

а) $k \subset \alpha$ означает, что любая точка прямой k принадлежит также и плоскости α . Любая точка прямой k принадлежит плоскости α , поэтому и некоторая точка A прямой k принадлежит плоскости α .

б) $A \in l$ и $B \in l$, поэтому прямые AB и l совпадают ($AB = l$) (аксиома прямой).

$A \in \alpha$ и $B \in \alpha$, поэтому $AB \subset \alpha$ (аксиома 2).

$AB \subset \alpha$ и $AB = l$, поэтому $l \subset \alpha$.

в) $A \in \alpha$ и $A \in \beta$, поэтому $A \in \alpha \cap \beta$.

$A \in \alpha \cap \beta$ и $\alpha \cap \beta = l$, поэтому $A \in l$.

г) $k \cap l = O$, поэтому существует такая плоскость α , что $k \subset \alpha$ и $l \subset \alpha$.

$a \cap k = A$, $k \subset \alpha$, поэтому $A \in \alpha$.

$a \cap l = B$ и $l \subset \alpha$, поэтому $B \in \alpha$.

$A \in \alpha$ и $B \in \alpha$, поэтому $AB \subset \alpha$ (аксиома 2).

$a \cap k = A$, поэтому $A \in a$.

$a \cap l = B$, поэтому $B \in a$.

$A \in a$ и $B \in a$, поэтому $AB = a$.

$AB \subset \alpha$ и $AB = a$, поэтому $a \subset \alpha$.

Пример №3

Основанием прямоугольного параллелепипеда $ABCDHGFE$ является квадрат $ABCD$ со стороной 6 см, а боковое ребро AH параллелепипеда равно 8 см (рис. 86). Найдите длину пространственной ломаной $HFDBH$.

Решение:

$DB = AB\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ (см), $AC = 6\sqrt{2}$ (см), так как $ABCD$ — квадрат.

$$FD = \sqrt{FC^2 + CD^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ (см)},$$

так как $DEFC$ — прямоугольник. $BH = FD = 10$ см, так как равные прямоугольники имеют равные диагонали.

$$l_{HFDBH} = HF + FD + DB + BH = 6\sqrt{2} + 10 + 6\sqrt{2} + 10 = \\ = (20 + 12\sqrt{2}) \text{ (см)} = 4 \cdot (5 + 3\sqrt{2}) \text{ (см)}.$$

Ответ: $4 \cdot (5 + 3\sqrt{2})$ см.

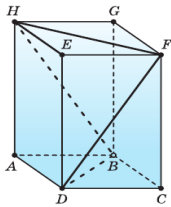


Рис. 86

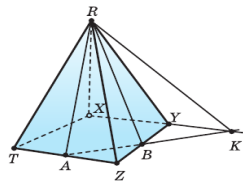


Рис. 87

Пример №4

Точки A и B — середины рёбер TZ и YZ пирамиды $RTXYZ$ (рис. 87). Постройте:

- точку пересечения прямой AB и плоскости RXY ;
- прямую, по которой пересекаются плоскости RAB и RXY .

Решение:

- $A \in TZ$, $TZ \subset (TXY)$, поэтому $A \in (TXY)$;
 $B \in YZ$, $YZ \subset (TXY)$, поэтому $B \in (TXY)$.

$AB \subset (TXY)$ (аксиома 2).

$XY \subset (TXY)$, поэтому $AB \cap XY = K$, $K \in XY$ и $K \in AB$.

$XY \subset (RXY)$, поэтому $K \in (RXY)$ и $K = AB \cap (RXY)$.

- $K \in (RXY)$ и $R \in (RXY)$, поэтому $KR \subset (RXY)$.

$K \in AB$ и $AB \subset (RAB)$, поэтому $K \in (RAB)$.

$K \in (RAB)$ и $R \in (RAB)$, поэтому $KR \subset (RAB)$.

$KR \subset (RAB)$ и $KR \subset (RXY)$, поэтому $KR = (RAB) \cap (RXY)$.

Пример №5

Точки P , Q и R принадлежат соответственно рёбрам SA , SC и BC пирамиды $SABCD$ (рис. 88). Постройте прямую, по которой плоскость PQR пересекает плоскость ABC .

Решение:

$Q \in SC$ и $SC \subset (SBC)$, поэтому
 $Q \in (SBC)$. $R \in BC$ и $BC \subset (SBC)$, поэтому $R \in (SBC)$.
 По аксиоме 2 $QR \subset (SBC)$.
 $QR \subset (SBC)$ и $SB \subset (SBC)$,
 поэтому $QR \cap SB = K$, $K \in SB$,
 $SB \subset (SAB)$ и $K \in (SAB)$.
 $P \in SA$ и $SA \subset (SAB)$, поэтому $P \in (SAB)$.
 $K \in (SAB)$ и $P \in (SAB)$, поэтому $KP \subset (SAB)$.
 $KP \subset (SAB)$ и $AB \subset (SAB)$,
 поэтому $KP \cap AB = M \in AB$.
 $R \in BC$ и $BC \subset (ABC)$, поэтому $R \in (ABC)$;
 $R \in (PQR)$; тогда $R \in (ABC) \cap (PQR)$.
 $M \in AB$ и $AB \subset (ABC)$, поэтому $M \in (ABC)$;
 $M \in KP$ и $KP \subset (PQR)$, поэтому $M \in (PQR)$;
 тогда $M \in (ABC) \cap (PQR)$.
 По аксиоме 3 $(PQR) \cap (ABC) = MR$.

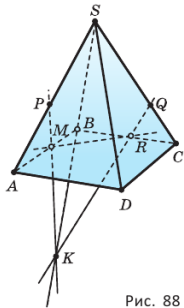


Рис. 88

Пространственное моделирование

Ответьте, какая — плоская или пространственная — фигура изображена на рисунке:

а) 102; б) 103; в) 104.

На рисунке 104 изображена поверхность, которую называют лентой Мёбиуса, или листом Мёбиуса. Её открыли независимо друг от друга в 1858 году немецкие математики Август Мёбиус и Иоганн Листинг. До этого считалось, что любая поверхность имеет две стороны, которые можно окрасить в разный цвет.

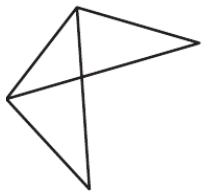


Рис. 102

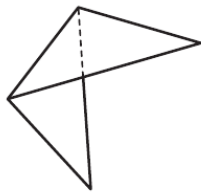


Рис. 103

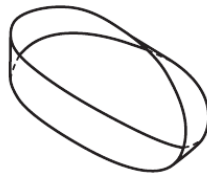


Рис. 104

Лента Мёбиуса имеет одну сторону и один край. В этом легко убедиться. Возьмём прямоугольную ленту $ABCD$ и склеим её так, чтобы точка A совпала с точкой C , а точка B — с точкой D . Сделайте это сами и попробуйте покрасить полученную ленту, не переходя через её край. Какой результат у вас получился? Какая поверхность получится, если лист Мёбиуса разрезать по его средней линии? Попробуйте окрасить эту поверхность. Что получилось? А что будет, если лист Мёбиуса разрезать, отступив от его края на третью часть ширины? Памятный знак «Лист Мёбиуса» (рис. 105) был установлен 22 января 2009 года к 80-летию Национальной академии наук Беларуси.



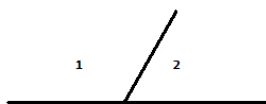
Рис. 105

Свойства ленты Мёбиуса нашли практическое применение и в промышленности. В виде ленты Мёбиуса изготавливают шлифовальные ленты, красящую ленту матричных принтеров, полосу ленточного конвейера, что позволяет увеличить срок службы, потому что вся поверхность ленты равномерно изнашивается. Ленту Мёбиуса применяют в системах записи на непрерывную плёнку, чтобы удвоить время записи.

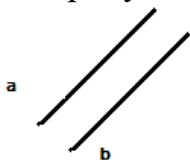
Задание 3. Контрольная работа по теме: прямые и плоскости в пространстве

1. Выберите верные утверждения:

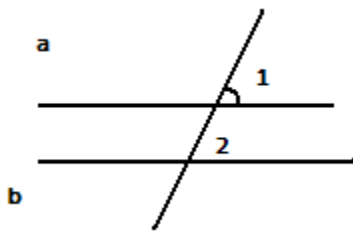
1. Смежные углы равны.
2. На рисунке угол 1 и угол 2 вертикальные.



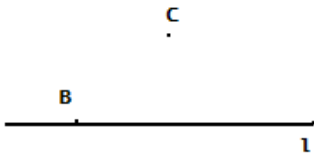
3. Вертикальные углы равны.
4. На рисунке $a \parallel b$.



2. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равен 57° . Найдите остальные углы.
3. Прямые a и b параллельны, угол $1 = 78^\circ$. Укажите величину угла 2.



4. а) Постройте прямую n , перпендикулярную прямой l в точке B . б) Проведите через точку C прямую m , параллельную прямой l .



5. Закончите предложение.

Если две прямые пересекаются под прямым углом, то они

6. Прямые b и c параллельны.

а) Отметьте какую-нибудь точку N , находящуюся на расстоянии 20 мм от прямой b и на расстоянии 10 мм от прямой c .

7. Сумма трёх углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равна 240° . Найдите величину каждого угла.

Тема 4. Элементы комбинаторики.

Задание 1. Перечень вопросов по теме для устного обсуждения:

Основные понятия комбинаторики.

Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.

Задание 2. Работа по карточкам.

Карточка №1.

1. Из ведра, в котором находится 27 роз, выбирают букет из 7 роз. Сколькими способами может быть выбран букет?

2. У мамы есть 3 яблока, 2 груши и 4 апельсина. На протяжении девяти дней она даёт своей дочери по одному фрукту. Сколькими способами она это может сделать?

3. Сколько различных слов можно образовать при перестановке букв слова «аппетит»?

Карточка №2.

1. В кружке юных математиков 25 человек. Необходимо выбрать председателя кружка, его заместителя, редактора стенгазеты и секретаря. Сколькими способами можно избрать эту четверку, если один человек может занимать только один пост?

2. Сколько различных слов можно образовать при перестановке букв слова «каникулы»?

3. У мамы есть три яблока, две груши и четыре апельсина. На протяжении девяти дней она даёт своей дочери по одному фрукту. Сколькими способами она это может сделать?

4.

Карточка №3.

1. Из 30 участников собрания надо выбрать председателя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать?
2. Сколько различных слов можно образовать при перестановке слова «соединение»?
3. Сколько существует четырехзначных номеров, не содержащих цифр 0, 7, 8?
- 4.

Карточка №4.

1. Трое юношей и две девушки решили после окончания школы поступить на работу в своём родном городе. В городе имеется 3 завода, на которые набирают только мужчин, два, где нужны только женщины, и два, которые принимают на работу и мужчин и женщин. Сколькими способами пять выпускников могут распределиться на работу?
2. Сколько пятизначных чисел можно образовать из цифр 1, 2 и 3, если допускается повторение этих цифр?
3. На вечер пришли десять одиннадцатиклассников, девять десятиклассников и восемь девяток. Сколькими способами из них можно составить команду из шести человек (по 2 человека от каждого класса)?

Задание 3. Решение задач

Задача 1. Наудачу бросают два кубика. Какова вероятность того, что

- а) на обоих кубиках выпало 5 очков?
- б) выпало одинаковое число очков?
- в) сумма выпавших очков равна 5?

Решение:

а) А - на первом кубике 5 очков

m - благоприятных исходов – 1

n – общее количество исходов – 6

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{6}$$

В – на втором кубике 5 очков (аналогично)

$$P(B) = \frac{1}{6}$$

С - на обоих по 5 очков

$$P(C) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

б) А - выпало одинаковое число очков

m – благоприятные исходы: 1 и 1, 2 и 2, 3 и 3, 4 и 4, 5 и 5, 6 и 6: всего 6 ожиданий

n – общее количество исходов $6^2 = 36$

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

в) А – сумма равна пяти.

m – благоприятные исходы: 1 и 4, 2 и 3, 3 и 2, 4 и 1: всего 4 ожиданий

n – общее количество исходов 36

$$P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

Задача 2 Найдите вероятность того, что в начале игры «в дурака» (шесть игроков) при раздаче шести карт

А) все шесть – одномастные

Б) все карты – козыри (Вы не раздающий)

Решение:

А) А – шесть карт одной масти

$$m - \text{благоприятные исходы: } C_9^6 = \frac{9!}{6!3!} = 84$$

$$n - \text{общее число исходов: } C_{36}^6 = \frac{36!}{6!30!} = 1947792$$

$$P(A) = \frac{84}{1947792} = \frac{1}{23188}$$

Б) В- все козыри

$$m = C_8^6 = \frac{8!}{6!2!} = 28$$

$$n = C_{35}^6 = \frac{35!}{6!29!} = 1623160$$

$$P(B) = \frac{28}{1623160} = \frac{1}{57970}$$

Задача 3 Вы оказались в заколдованном замке и находитесь в круглом зале с 10 дверьми, 5 из которых заперты. Вам даётся один шанс избежать колдовства: Вы должны наугад выбрать две двери, одна должна быть открыта, другая закрыта. Найдите вероятность того, что через одну дверь можно выйти, но через другую вернуться уже нельзя.

Решение:

$$m = C_5^1 \cdot C_5^1 = 25$$

$$n = C_{10}^2 = \frac{10!}{2!8!} = 45$$

$$P(A) = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$$

Задача 4 На каждой карточке написана одна буква. Несколько карточек наугад выкладывают одна за другой. Какова вероятность того, что при выкладывании

а) 3 карточек получится слово Р О Т

б) 4 карточек получится слово С О Р Т

в) 5 карточек получится слово С П О Р Т

Решение:

а) А – слово РОТ

$$n - \text{общее число исходов: } A_5^3 = \frac{5!}{2!} = 60$$

m - благоприятное число :1

$$P(A) = \frac{1}{60}$$

б) В – слово СОРТ

n - общее число исходов: $A_5^4 = 120$

m - благоприятное: 1

$$P(B) = \frac{1}{120}$$

в) С- слово С П О Р Т

$n = A_5^5 = P_5 = 5! = 120$

$m = 1$

$$P(C) = \frac{1}{120}$$

Задача 5. В коробке 15 неразличимых конфет, из которых 7 с шоколадной начинкой и 8 с фруктовой. Берут наугад две конфеты. Какова вероятность того, что

- а) обе конфеты с шоколадной начинкой
- б) обе конфеты с фруктовой начинкой
- в) одна с шоколадной, другая с фруктовой
- г) хотя бы одна с шоколадной

Решение: общее число исходов: $n = C_{15}^2 = \frac{15!}{2!13!} = 105$

а) А – обе шоколадные

$$m = C_7^2 = \frac{7!}{2!5!} = 21$$

$$P(A) = \frac{21}{105} = \frac{1}{5}$$

б) В – обе с фруктовой начинкой

$$m = C_8^2 = 28$$

$$P(B) = \frac{28}{105} = \frac{4}{15}$$

в) С- одна с шоколадной, другая с фруктовой

$$m = C_7^1 \cdot C_8^1 = 56$$

$$P(C) = \frac{56}{105} = \frac{8}{15}$$

г) D- или обе или одна с шоколадной начинкой

$$m = C_7^2 + C_7^1 \cdot C_8^1 = 28 + 56 = 84$$

$$P(D) = \frac{84}{105} = \frac{4}{5}$$

Дополнительная задача:

Какова вероятность того, что наугад вынутая из колоды одна карта окажется дамой? (в колоде 36 листов, в колоде 52 листа), пиковой дамой?

Решение:

А- она дама

$$m = C_4^1 = 4 \quad (m = C_4^1 = 4)$$

$$n = C_{36}^1 = 36 \quad (n = C_{52}^1 = 52)$$

$$P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \quad (P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13})$$

В – она дама пиковой масти

$$m = 1$$

$$P(B) = \frac{1}{36} \quad (P(B) = \frac{1}{52})$$

Вопросы на закрепление:

№1. Объясните, что такое достоверное, невозможное и случайное событие.

Приведите примеры.

№2. Укажите, какое из следующих событий достоверное, какое – невозможное и какое случайное:

- а) летних каникул не будет;
- б) бутерброд упадет маслом вниз;
- в) учебный год когда-нибудь закончится.

№3. Петя и Толя сравнивают свои дни рождения. Укажите, какое из следующих событий достоверное, какое – невозможное и какое случайное. Событие состоит в следующем:

- а) их дни рождения не совпадают;
- б) их дни рождения совпадают;
- в) Петя родился 29 февраля, а Толя – 30 февраля;
- г) дни рождения обоих приходятся на праздники – Новый год (1 января) и День независимости России (12 июня);
- д) дни рождения в этом году.

№4. Случайный опыт состоит в выяснении пола детей в семьях с тремя детьми. Сколько возможных исходов у этого опыта? Какие?

Задание 4. Контрольная работа по теме: элементы комбинаторики

Вариант 1

Этап I

1. Написать формулу размещения
2. Написать формулу перестановки
3. Написать формулу сочетания
4. Написать формулу размещения с повторением
5. Написать формулу перестановки с повторением
6. Написать формулу сочетания с повторением

Этап II

1. Вычислить: а) $3!$ б) $5!$
2. Найди значения выражения: а) $\frac{15!}{14!}$ б) $\frac{8!}{10!}$ в) $\frac{16!}{14! \cdot 3!}$
3. Что больше: $6! \cdot 5$ или $5! \cdot 6$

4. В классе 25 учеников. Сколькими способами можно из них выбрать 4 учащихся для дежурства?
5. Сколькими способами может разместиться семья из трех человек в четырехместном купе, если других пассажиров в купе нет?
6. Сколькими способами 8 человек могут встать в очередь в театральную кассу?
7. Учащимся дали список из 10 книг, которые нужно прочитать во время каникул. Сколькими способами ученик может выбрать из них 6 книг?
8. В библиотеке читателю предложили на выбор 10 книг и 4 журнала. Сколькими способами он может выбрать из них 3 книги и 2 журнала?
9. Сколько пятизначных чисел (без повторения цифр) можно составить из цифр 0, 2, 5, 6, 7?

Этап III

1. Сколькими способами могут сесть в автомобиль 5 человек, каждый из которых может быть водителем?
2. Сколькими способами можно назначить патруль из 3 солдат и одного офицера, если имеется 15 солдат и 4 офицера?
3. Сколькими способами можно назначить караул из 3 человек, если в отряде имеется 40 солдат?

Вариант 2

Этап I

1. Написать формулу размещения
2. Написать формулу перестановки
3. Написать формулу сочетания
4. Написать формулу размещения с повторением
5. Написать формулу перестановки с повторением
6. Написать формулу сочетания с повторением

Этап II

1. Вычислить: а) $4!$ б) $6!$
2. Найди значения выражения: а) $\frac{16!}{15!}$ б) $\frac{7!}{9!}$ в) $\frac{15!}{13!*2!}$
3. Что больше: $5!*4$ или $4!*5$
4. На тренировке занимаются 12 баскетболистов. Сколько может быть образовано тренером различных стартовых пятёрок?
5. Из 30 участников собрание надо выбрать председателя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать?
6. Курьер должен развести пакеты в 7 различных учреждений. Сколько маршрутов он может выбрать?
7. В магазине «Филателия» продается 8 различных наборов марок посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?
8. В классе учатся 16 мальчиков и 12 девочек. Для уборки территории требуется выделить 4 мальчика и 3 девочки. Сколькими способами это можно сделать?

9. Сколько шестизначных чисел (без повторения цифр) можно составить из цифр 0, 3, 5, 6, 7, 8?

Этап III

1. Сколькими способами могут сесть в автомобиль 5 человек, каждый из которых может быть водителем?

2. Сколькими способами можно назначить патруль из 3 солдат и одного офицера, если имеется 15 солдат и 4 офицера?

3. Сколькими способами можно назначить караул из 3 человек, если в отряде имеется 40 солдат?

Тема 5. Координаты и векторы.

Задание 1. Перечень вопросов по теме для устного обсуждения:

Векторы на плоскости. Основные понятия. Сложение и вычитание векторов.

Умножение вектора на число. Длина вектора.

Разложение вектора по направлениям. Угол между двумя векторами.

Скалярное произведение двух векторов.

Прямоугольная система координат в пространстве. Векторы в пространстве.

Скалярное произведение векторов в пространстве.

Векторное произведение.

Задание 2. Работа по карточкам.

Карточка 1. Назовите коллинеарные вектора?

Карточка 2. Назовите равные вектора?

Карточка 3. Назовите сонаправленные вектора?

Карточка 4. Назовите противоположно направленные вектора?

Карточка 5. Назовите коллинеарные сонаправленные вектора?

Карточка 6. Назовите коллинеарные противоположно направленные вектора?

Карточка 17. Назовите противоположные вектора?

Задание 3. Ответить на вопросы

1. Что называют координатами вектора?

a) Числа x и y ;

b) Числа $a_1 = x_2 - x_1$, $a_2 = y_2 - y_1$;

c) Числа $a_1 = x_1 - x_2$, $a_2 = y_1 - y_2$.

2. Как найти длину вектора?

a) $|a| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$;

b) $|a| = \sqrt{a_1^2 - a_2^2}$;

c) $|a| = \sqrt{x + y}$.

3. Укажите пару коллинеарных векторов:

a) (1; 2) и (3; 8);

b) (1; 2) и (3; 6);

c) (1; 2) и (0; 1);

4. Какие координаты имеют коллинеарные вектора?

- a) Пропорциональные;
- b) Равные;
- c) Разные
- 5. Найдите $3a$, если $a(2; -4)$
 - a) $(6; 8)$;
 - b) $(6; -8)$;
 - c) $(-6; 8)$;
- 6. Найдите длину вектора a , если $a(5; -8)$
 - a) 89 ;
 - b) $\sqrt{89}$;
 - c) -39 .

Задание 4. Решить примеры

Вариант А

1. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, если $A(2; -3; 4)$, $B(1; -2; 2)$.
2. Даны векторы $\overrightarrow{AB}(-1; 3; -3)$ и $\overrightarrow{BC}(4; -5; 1)$. Найдите координаты и длину вектора \overrightarrow{AC} .

Вариант В

1. Даны векторы $\overrightarrow{AB}(-1; 3; -3)$ и $\overrightarrow{BC}(4; -5; 1)$. Найдите координаты и длину вектора \overrightarrow{AC} .
2. Даны векторы $\vec{a}(3; 1; -2)$, $\vec{b}(4; -1; -3)$. Найдите координаты вектора $2\vec{a} + \vec{b}$.
3. Найдите длину вектора $\vec{a} - 3\vec{b}$, если $\vec{a}(2; 1; -5)$, $\vec{b}(-3; 0; 1)$.

Вариант С

1. Даны векторы $\vec{a}(3; 1; -2)$, $\vec{b}(4; -1; -3)$. Найдите координаты вектора $3\vec{a} + 2\vec{b}$.
2. Найдите длину вектора $3\vec{a} + 2\vec{b}$, если $\vec{a}(2; 1; -5)$, $\vec{b}(-3; 0; 1)$.
3. Из точки A построен вектор $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$. Найдите координаты точки B , если: $A(3; 1; -2)$, $\vec{a}(1; -3; 1)$.
4. Даны векторы $\overrightarrow{AB}(2; 3; 2)$ и $\overrightarrow{BC}(4; -1; 1)$. Найдите координаты и длину вектора \overrightarrow{AC} .

Задание 5. Контрольная работа по теме: координаты и векторы

1. Найти длину вектора AB , если $A(-2; 1)$ и $B(-5; -3)$
2. Зная координаты точек $A(4; -1; 2)$ и $B(-2; 4; -3)$, найдите координаты \overrightarrow{AB}
3. Найти скалярное произведение векторов $\mathbf{a}=(3; 2)$ и $\mathbf{b}=(2; -2)$
4. Найти длину вектора AB , если $A(1; 2)$ и $B(4; 6)$
5. Зная координаты точек $A(2; 3; 6)$ и $B(4; 5; 12)$, найти координаты вектора AB
6. Зная координаты точек $A(5; 7; 9)$ и $B(6; 8; 10)$ найти координаты вектора AB
7. Найти длину вектора AB , если $A(2; 3)$, $B(4; 5)$
8. Зная координаты точек $A(1; 2; 3)$ и $B(4; 5; 6)$ найти координаты \overrightarrow{AB}
9. Зная координаты точек $A(2; 3; 5)$ и $B(4; 5; 7)$, найти координаты вектора AB
10. Зная координаты точек $A(1; 5; 6)$ и $B(4; 6; 8)$, найти координаты вектора AB
11. Найти длину вектора AB , если $A(1; 3)$ и $B(2; 5)$
12. Найти скалярное произведение векторов $\mathbf{a}(3; -4)$ и $\mathbf{b}(4; 3)$

13. Найти скалярное произведение векторов $\mathbf{a}(2; 5)$ и $\mathbf{b}(4; 5)$
14. Найти скалярное произведение векторов $\mathbf{a}(2; 4)$ и $\mathbf{b}(2; -3)$
15. Зная координаты точек $A(0;2;4)$, $B(4;5;6)$. Найти координаты \overline{AB}
15. Зная координаты точек $A(4;0;2)$ и $B(-5;4;-3)$. Найдите координаты \overline{AB}
16. Найти длину вектора AB , если $A(1;1)$ и $B(4;-3)$
17. Зная координаты точек $A(2;3;5)$ и $B(4;5;12)$, найти координаты вектора AB
18. Найти длину вектора AB , если $A(1;1)$ и $B(4;-3)$
19. Зная координаты точек $A(4;-3;2)$ и $B(-2;4;-3)$, найдите координаты \overline{AB}
20. Найти скалярное произведение векторов $\mathbf{a}=(3;2)$ и $\mathbf{b}=(4;-1)$

Тема 6. Основы тригонометрии

Задание 1. Перечень вопросов по теме для устного обсуждения:

Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.

Основные формулы тригонометрии и их следствия.

Преобразования простейших тригонометрических выражений.

Простейшие тригонометрические уравнения.

Простейшие тригонометрические неравенства.

Обратные тригонометрические функции.

Тригонометрическая форма комплексного числа.

Показательная форма комплексного числа.

Задание 2. Ответить на вопросы:

1) Какой раздел математики вы изучаете? (тригонометрия)

2) Абсцисса точки, лежащей на единичной окружности, называется? (косинусом)

3) Ордината точки, лежащей на единичной окружности, называется? (синусом)

4) Отношение синуса к косинусу – это (тангенс).

5) Основное тригонометрическое тождество ($\sin^2x + \cos^2x = 1$)

6) Как можно еще представить «1» в виде других тригонометрических функций? ($\operatorname{tg}x \cdot \operatorname{ctg}x = 1$)

7) Что называется единичной окружностью? (окружность с радиусом 1 и центром в начале координат).

8) Какие направления поворота единичного радиуса известны? (положительное и отрицательное)

9) В каких единицах измеряется угол поворота единичного радиуса? (градусах и радианах)

10) Сформулировать правила перевода из градусной меры угла в радианную меру и наоборот. (*известный угол* $\cdot \frac{\pi}{180^\circ}$ или *на* $\cdot \frac{180^\circ}{\pi}$)

11) Что является аргументом для всех тригонометрических функций? (угол альфа)

12) От чего зависит значение тригонометрических функций? (от аргумента)

Задание 3. Решение примеров

1) Вычислите значение: $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{2}$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$?

2) Найдите: $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что $\sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$ и α не лежит в IV четверти?

3) Упростите выражение:

а) $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} =$

б) $(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha =$

в) $\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \cos^2 \alpha =$

4) Докажите тождество:

а) $\cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha + 1$

б) $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha + 1 = 2\sin^2 \alpha$

в) $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}$

Задание 4. Контрольная работа по теме: Применение основных тригонометрических тождеств

ВАРИАНТ:1

1) Вычислите значение выражения: $3 \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{6} =$

Б) -1 В) $-\sqrt{3}$ Г) 1 Д) 3 Е) $\sqrt{3}$

2) Определите знак произведения: $\sin(-50^\circ) \cdot \operatorname{ctg} 200^\circ =$

Е) $-$ К) $+$ Л) $-(-)$ Н) $+(+)$ М) $-(+)$

3) Вычислите: $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{3}$?

С) $\sqrt{8}$ П) $\frac{1}{9}$ Р) $\frac{\sqrt{8}}{3}$ Т) $\frac{8}{9}$ Н) $\frac{\sqrt{10}}{3}$

4) Упростите выражение: $\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} =$

С) $\cos^2 \alpha$ Н) $\sin^2 \alpha$ Д) $\operatorname{ctg}^2 \alpha$ Л) 1 А) $\operatorname{tg}^2 \alpha$

5) Вычислите: $5 \cos 90^\circ - 3 \operatorname{ctg} 60^\circ =$

А) $2\sqrt{3}$ О) $-\sqrt{3}$ М) 1 К) $5 - \sqrt{3}$ С) $\sqrt{3}$

ВАРИАНТ:2

1) Вычислите значение выражения: $\operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} \cdot \sin \frac{2\pi}{3} + \frac{1}{2} =$

Б) $\sqrt{3}$ Р) 3 В) -1 Д) $-\sqrt{3}$ Е) 1

2) Определите знак произведения: $\operatorname{ctg}(-60^\circ) \cdot \operatorname{tg} 150^\circ =$

Е) $+$ К) $-$ Л) $-(-)$ Н) $+(+)$ М) $-(+)$

3) Вычислите: $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{4}$?

С) $\sqrt{15}$ П) $\frac{1}{16}$ Р) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ Т) $\frac{15}{16}$ Н) $\frac{\sqrt{17}}{4}$

4) Упростите выражение: $\frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} =$

Н) $\cos^2 \alpha$ С) $\sin^2 \alpha$ Д) $\operatorname{ctg}^2 \alpha$ Л) 1 А) $\operatorname{tg}^2 \alpha$

5) Вычислите: $4\operatorname{ctg}30^\circ - 6\sin60^\circ =$

А) $10\sqrt{3}$ О) $\sqrt{3}$ М) 1 К) $-\sqrt{3}$ С) $5\sqrt{3}$

Тема 7. Функции, их свойства и графики

Задание 1. Перечень вопросов по теме для устного обсуждения:

Понятие функции. Свойства функций. Область определения и множество значений функции. График функции. Обратные функции.

Линейная, квадратичная, кусочно-линейная и дробно-линейная функции.

Степенная, показательная и логарифмическая функции.

Тригонометрические функции и их графики.

Обратные тригонометрические функции и их графики.

Задание 2. Работа по карточкам.

Карточка 1. Что называется функцией?

Карточка 2. Свойства функции:

а) область определения;

б) область значений функции;

в) нули функции;

г) характер монотонности;

д) график функции.

Задание 3. Решение примеров.

1. Построить график функции: $y = \left| \frac{3x-4}{x-2} \right|$

2. Определить для каждого значения параметра m количество решений уравнения:

$$\left| \frac{3x-4}{x-2} \right| = m$$

3. Построить графики функции $y = 2^x$ и $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

1* $y = 2^x$

X	-2	-1	0	1	2
Y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

График функции проходит через точку (0,1) и расположен выше оси Ox .

Если $x < 0$ и $|x|$ увеличивается, то график функции быстро приближается к оси Ox .

Если $x > 0$ и $|x|$ увеличивается, то график поднимается вверх.

4. Пример 2. Решить уравнение $3^x = 27$.

По свойству (2) показательной функции данное уравнение имеет корень, так как $27 > 0$.

$$3^x = 27$$

$$3^x = 3^3$$

$$x = 3$$

5. Вычислить, пользуясь определением логарифма:

$$\log_2 8; \log_4 16; \log_{\pi} \pi; \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}, \log_5 \frac{1}{25}, \log_6 1$$

$$\log_{\sqrt{2}} 8, \log_3 \log_2 8, \log_2 16 + \log_3 9.$$

6. Вычислить, используя основное логарифмическое тождество:

$$2^{\log_2 4}; \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 1}; 2^{2\log_2 5}; 3^{-\log_3 3}; 5^{1+\log_5 9}$$

Решите уравнение, используя определение :

$$\begin{array}{ll} \log_3 x = 3 & \log_2 x = -3 \\ \log_{\frac{1}{5}} x = -1 & \log_3 x - 1 = 0 \end{array}$$

7. Выясните, при каких значениях x имеет смысл выражение:

$$\begin{array}{lll} \log_7 x & \log_5(x-1) & \lg(-x) \\ \log_{\frac{1}{3}}(5-5x) & \log_2(-x^2) & \end{array}$$

Найдите значение выражения, используя свойства логарифмов:

$$\begin{array}{ll} \log_4 8 + \log_4 2; & \log_3 54 - \log_3 2; \\ \log_3 3^{\frac{1}{7}}; & \log_5 5\sqrt{5} \end{array}$$

Задание 4. Контрольная работа по теме: функции, их свойства и графики

Вариант I

1. График функции $y = x^{21}$ похож на параболу.
2. График функции $y = x^{-12}$ похож на ветви гиперболы, симметричные оси ординат.
3. Функция $y = \sqrt[23]{x}$ убывающая.
4. Функция $y = x^{\frac{15}{23}}$ ограничена снизу.
5. Функция $y = x^{\frac{7}{3}}$ имеет наименьшее значение.
6. График функции $y = x^{26}$ симметричен относительно оси ординат.

Вариант II

1. График функции $y = x^{56}$ похож на параболу.
2. График функции $y = x^{-75}$ похож на ветви гиперболы, симметричные оси ординат.
3. Функция $y = \sqrt[32]{x}$ убывающая.
4. Функция $y = x^{\frac{17}{12}}$ ограничена снизу.
5. Функция $y = x^{\frac{5}{14}}$ имеет наименьшее значение.
6. График функции $y = x^{47}$ симметричен относительно начала координат.

Тема 8. Многогранники и тела вращения

Задание 1. Перечень вопросов по теме для устного обсуждения:

Вершины, ребра, грани многогранника. Многогранные углы.

Призма. Прямая и наклонная призма. Правильная призма.

Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.

Цилиндр и конус. Усеченный конус. Сечения конуса.

Шар и сфера. Касательная плоскость к сфере.

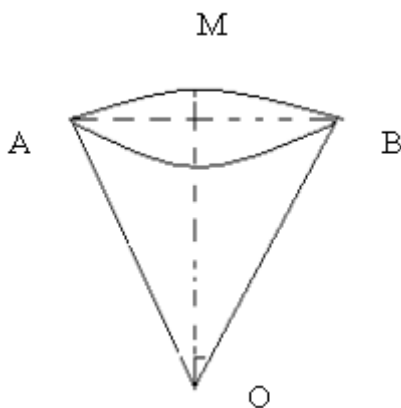
Объем и его измерение. Формулы объема многогранников и тел вращения.

Площадь боковой поверхности цилиндра, конуса, сферы.

Задание 2. Задачи по теме

Задача 1. Круговой сектор с углом 30° и радиусом R вращается около одного из боковых радиусов. Найдите объем полученного тела вращения.

Решение



При вращении получается сектор с углом 60° и радиусом R .

Посмотрим осевое сечение тела вращения. Очевидно, что высота шарового сегмента равна $H = MC$.

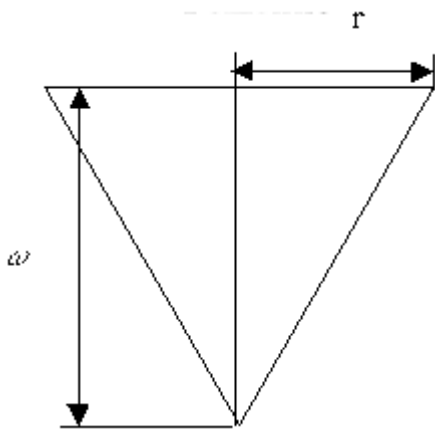
Из треугольника BOC : $OC = OB$, тогда $H = MC = MO - OC = R - R \frac{\sqrt{3}}{2} = R \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$

Объем шарового сектора равен: $V = \frac{2}{3} \pi R^2 H = \frac{2}{3} \pi R^2 \cdot R \frac{2 - \sqrt{3}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{3} \pi R^3$

Ответ: $V = \frac{2 - \sqrt{3}}{3} \pi R^3$

Задача 2. При взрыве заряда взрывчатого вещества воронка действия имеет вид конуса, где ω - линия наименьшего сопротивления, а r - радиус воронки. Определить объем взорванной породы в пределах конуса разрыхления, если $\omega = r = 1,5$ м.

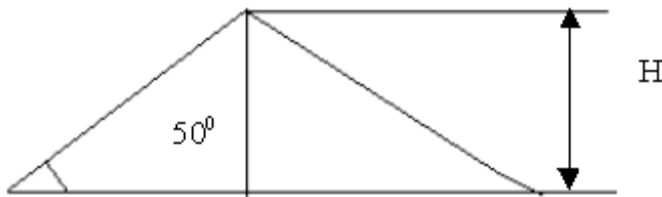
Решение



Объем конуса разрыхления найдем по формуле $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \omega$, то $V = \frac{1}{3} \pi \omega^3$. Зная, что $\omega = 1,5$ м, имеем $V = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 1,5^3 \approx 3,54$ (м³).
 Ответ: объем взорванной породы 3,54 м³.

Задача 3. Сколько железнодорожных платформ грузоподъемностью 25 т каждая нужно для перевозки кучи угля, имеющего форму конуса с высотой $H = 7,5$ м, если плотность угля $\rho = 1300$ кг/см³, а угол естественного откоса $\alpha = 50^\circ$?

Решение

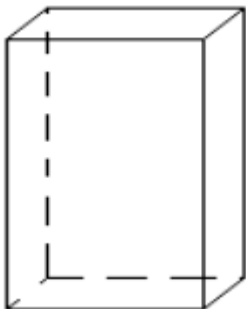


Объем кучи угля $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$. Так как $R = H \cdot \text{ctg} \alpha$, то $V = \frac{1}{3} \pi H^3 \text{ctg}^2 \alpha$, а масса кучи угля составляет: $m = \frac{1}{3} \rho \pi H^3 \text{ctg}^2 \alpha$. Число железнодорожных платформ определяем по формуле $n = \frac{m}{25}$; $n = \frac{1}{3 \cdot 25} \rho \pi H^3 \text{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{75} 1,3 \cdot 3,14 \cdot 7,5^3 \text{ctg}^2 50^\circ \approx 16$ (пл.).

Ответ: для перевозки угля нужно 16 платформ.

Задача 4. Требуется установить резервуар для воды емкостью 10 м³ на площади размером 2,5х 1,75 м, служащей для него. Найдите высоту резервуара.

Решение



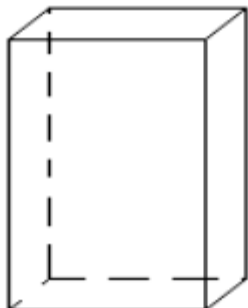
Резервуар имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Его объем ра-

вен: $V = a \cdot b \cdot c$. Отсюда $c = \frac{V}{a \cdot b} = \frac{10}{2,5 \cdot 1,75} \approx 2,29$ (м)

Ответ: высота резервуара равна 2,29 метров.

Задача 5. Кирпич размером 25x12x6,5 см имеет массу 3,51 кг. Найдите его плотность.

Решение



Кирпич имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Плотность равна $\rho = \frac{m}{V}$.

Найдем $V = 25 \cdot 12 \cdot 6,5 = 1950 \text{ см}^3 = 1,95 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$. Найдем $\rho = \frac{3,51 \text{ кг}}{1,95 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} \approx 1,8 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Ответ: плотность кирпича $1,8 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Задача 6. Чугунная труба имеет квадратное сечение, ее внешняя (сторона) ширина 25 см, толщина стенок 3 см. Какова масса одного погонного метра трубы (плотность

чугуна $7,3 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$)?

Решение

1. Найдем внутреннюю ширину трубы $a_2 = a_1 - 2 \cdot 3 = a_1 - 6$

$$a_2 = 25 - 6 = 19 \text{ см.}$$

2. $\rho = \frac{m}{V}$, где V - объем металла, из которого сделана труба. Следовательно, $m = \rho \cdot V$.

Найдем V . Он равен разности объемов V_1 и V_2 погонного метра трубы:

$$V_1 = a_1 \cdot a_1 \cdot 100; V_2 = a_2 \cdot a_2 \cdot 100 \quad \text{или} \quad V_1 = 25 \cdot 25 \cdot 100 =$$

$$625 \cdot 100 = 625 \cdot 10^2 \text{ см}^3; V_2 = 19 \cdot 19 \cdot 100 = 361 \cdot 10^2 \text{ см}^3$$

Найдем m . $m = 7,3 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 264 \cdot 10^2 \text{ см}^3 = 192,72 \cdot 10^3 \text{ г} \approx 193 \text{ кг}$

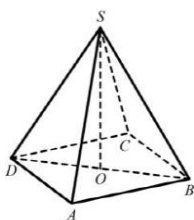
Ответ: масса одного погонного метра чугунной трубы равна 193 кг.

После выполнения группами заданий проводится взаимопроверка. Группы меняются заданиями с решениями попарно:

1 ↔ 2; 3 ↔ 4; 5 ↔ 6.

Задание 3. Контрольная работа по теме: многогранники и тела вращения

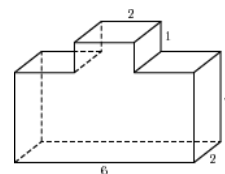
1. Стороны граней многогранника называются
2. Площадь боковой поверхности прямой призмы равна...
3. Нарисуйте наклонную треугольную призму
4. Изобразите сечение конуса плоскостью, параллельной основанию
5. Пусть радиус цилиндра 2 см, высота 4 см. Найдите площадь полной поверхности и объем цилиндра
6. Высота конуса равна 8 см, а радиус основания 6 см. Найдите: 1) образующую конуса, 2) полную поверхность конуса, 3) объем конуса.
7. Плоскость проходит на расстоянии 8 см от центра шара, радиус сечения шара равен 6 см. Найдите его площадь поверхности и объем.
8. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр



основания, S – вершина, $SD=17$, $BD=16$. Найдите:

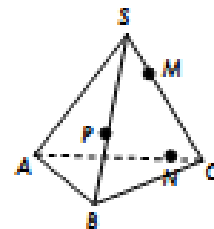
- 1) длину отрезка SO ,
- 2) площадь полной поверхности,
- 3) объем

9. Найдите объем и площадь полной поверхности прямой призмы, в основании которой лежит параллелограмм со сторонами $7\sqrt{3}$ см и 9 см, угол между этими сторонами равен 60° , а высота призмы равна 12 см.



10. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

11. Выполните чертеж в соответствии с приведенным на рисунке и постройте сечение многогранника плоскостью, проходящей через указанные три точки. Опишите построение.



Тема 9. Начала математического анализа.

Задание 1. Перечень вопросов по теме для устного обсуждения:

Способы задания и свойства числовых последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл.

Основные правила дифференцирования функций.

Производные элементарных функций. Производная сложной функции.
Наибольшее и наименьшее значение функции.
Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.
Исследование функций с помощью производных

Задание 2. Вопросы для самопроверки по теме: Способы задания и свойства числовых последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

1. Что называется числовой последовательностью? Как обозначается и каким образом задается числовая последовательность? Приведите примеры числовых последовательностей.
2. Дайте определения ограниченной сверху (снизу), ограниченной, неограниченной последовательности. Приведите соответствующие примеры
3. Дать определение предела числовой последовательности.
4. Какая числовая последовательность называется сходящейся?
5. Сколько пределов может иметь числовая последовательность?
6. Сформулировать необходимое условие существования предела числовой последовательности.
7. Сколько пределов имеет неограниченная последовательность?
8. Последовательность ограничена. Можно ли утверждать, что она имеет предел?
9. В каком случае можно с уверенностью утверждать, что последовательность имеет предел? (Достаточное условие существования предела последовательности).
10. Можно ли складывать сходящиеся числовые последовательности? Умножать? Делить?

Задание 3. Задачи по теме: Способы задания и свойства числовых последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

1. Развернуть последовательность $\left\{ \frac{n}{n+2} \right\}$.
2. Привести примеры: а) возрастающей ограниченной последовательности; б) возрастающей неограниченной последовательности; в) убывающей ограниченной последовательности; г) убывающей неограниченной последовательности.
3. Среди приведенных последовательностей укажите возрастающую неограниченную; убывающую ограниченную; убывающую неограниченную:
а) $1, 2, 3, 4, 5, \dots$;
б) $-3, -9, -27, -81, -243, \dots$;
в) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$
г) $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \dots$

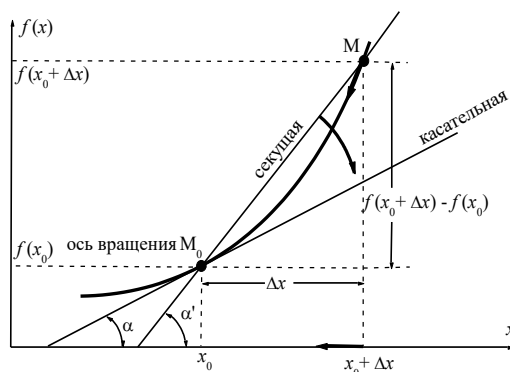
Задание 4. Задачи по теме: Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл.

Задача 1 (о мгновенной скорости). Пусть некоторая материальная точка движется по оси x , так что $x(t)$ есть координата точки в момент времени t . Спустя время Δt координата точки будет $x(t + \Delta t)$, т.е. за время Δt точка пройдет путь $\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t)$. Поэтому средняя скорость точки за интервал времени Δt будет равна $\frac{\Delta x}{\Delta t}$. Чтобы найти мгновенную скорость точки в момент времени t надо устремить Δt к нулю, то есть

$$V(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Задача 2 (о касательной к графику). Пусть кривая задана уравнением $y = f(x)$. Соединим две ее точки $M_0(x_0, f(x_0))$ и $M(x_0 + \Delta x, f(x_0 + \Delta x))$ секущей.

Тогда дробь $\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha'$, где α' есть угол наклона секущей к оси Ox (в треугольнике M_0MT отношение катетов)



При $\Delta x \rightarrow 0$ точка M начинает двигаться к точке M_0 . При этом вся секущая будет поворачиваться около точки M_0 и в пределе она превратится в касательную к точке M_0 . Угол α' при этом перейдет в угол α , который эта касательная образует с осью x . Поэтому можно утверждать, что

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha = k,$$

где α — угол, образованный касательной к кривой в точке x_0 и осью Ox , k — угловой коэффициент касательной.

Задача 3 (о скорости химической реакции) Пусть $\gamma(t)$ есть количество вещества прореагировавшего за время t . Спустя время Δt количество прореагировавшего вещества будет $\gamma(t + \Delta t)$, т.е. за время Δt количество прореагировавшего вещества $\Delta \gamma = \gamma(t + \Delta t) - \gamma(t)$. Поэтому средняя скорость химической реакции за интервал времени Δt будет равна $\frac{\Delta \gamma}{\Delta t}$. Чтобы найти мгновенную скорость химической реакции в

момент времени t надо устремить Δt к нулю, то есть

$$V(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\gamma(t + \Delta t) - \gamma(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \gamma}{\Delta t}$$

Поскольку с помощью предела $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ решают кроме рассмотренных ещё и много других важнейших задач (например: задача о величине переменного тока, который течет в проводнике; нахождении линейной плотности неоднородного стержня, теплоемкости тела при его нагревании, угловой скорости тела, которое вращается и многие др), то целесообразно всесторонне изучить данный предел, в частности, указать способы его вычисления. Этот предел в математике и носит название **производной**.

Задание 5. Вопросы для самопроверки по теме: Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл.

- 1) При каком движении средняя скорость всегда совпадает с мгновенной?
- 2) Закон прямолинейного движения тела выражается формулой $x = kt + b$. Какое механическое содержание коэффициентов k, b ?
- 3) Дать определения производной заданной функции.
- 4) Охарактеризовать символы $f'(x), f'(x_0)$.
- 5) Который геометрический и физический смысл производной?
- 6) Как найти производную, исходя из ее определения?
- 7) Доказать, пользуясь определением производной, $(3x^2 - 5x + 2)' = 6x - 5$.

Задание 6. Задания для самостоятельного решения по теме: Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл.

Исходя из определения производной, непосредственно найти производные от функций в заданных точках:

- а) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x - 1$ вычислить $f'(-1)$ и $f'(2)$. $\{f'(-1) = 2; f'(2) = 5\}$.
- б) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ вычислить $f'(-3)$ и $f'(0)$. $\{f'(-3) = 0,5; f'(0) = 2\}$.

Задание 7. Задания по теме: Правила дифференцирования.

$$f(x) = x^3 \cdot (x - 1).$$

Решение.

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^3 \cdot (x - 1))' = \\ &= (x^3)' \cdot (x - 1) + x^3 \cdot (x - 1)' = \\ &= 3x^2 \cdot (x - 1) + x^3 \cdot (1 - 0) = \\ &= 3x^3 - 3x^2 + x^3 = 4x^3 - 3x^2. \end{aligned}$$

$$f(x) = 4x^3 \cdot \sin x$$

Решение

$$f'(x) = (4x^3)' \cdot \sin x + 4x^3 \cdot (\sin x)'$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 12x^2 \cdot \sin x + 4x^3 \cdot (-\cos x) = \\ &= 12x^2 \cdot \sin x - 4x^3 \cdot \cos x \end{aligned}$$

• **Пример 3.** $y = \frac{x^2 - 4x}{5 - x}$

Решение.

$$u = x^2 - 4x, v = 5 - x$$

$$\begin{aligned} y' &= \left(\frac{x^2 - 4x}{5 - x} \right)' = \frac{(x^2 - 4x)'(5 - x) - (x^2 - 4x)(5 - x)'}{(5 - x)^2} = \frac{(2x - 4)(5 - x) - (x^2 - 4x)(-1)}{(5 - x)^2} = \\ &= \frac{10x - 2x^2 - 20 + 4x + x^2 - 4x}{(5 - x)^2} = \frac{-x^2 + 10x - 20}{(5 - x)^2}. \end{aligned}$$

Задание 8. Задания по теме: Производные элементарных функций. Производная сложной функции.

Ответить на вопросы:

- 1 Что называется производной функции в точке?
- 2 .Что такое дифференцирование?
- 3 Какая функция называется дифференцируемой в точке?
- 4 Что значит вычислить производную по алгоритму?
- 5 Какие правила дифференцирования вы знаете?
- 6 Как взаимосвязаны непрерывность функции в точке и ее дифференцируемость в этой точке?

Задание 9. Примеры по теме: Производные элементарных функций.

Пример 1

Найти производную сложной функции

$$y = \sin^3 x.$$

Решение

Запишем заданную функцию в эквивалентном виде:

$$y(x) = (\sin x)^3.$$

В [таблице производных](#) находим:

$$(\sin x)' = \cos x;$$

$$\left(u^3\right)'_u = 3u^{3-1} = 3u^2.$$

По формуле производной сложной функции имеем:

$$y' = \left((\sin x)^3\right)' = \left(u^3\right)'_x = \left(u^3\right)'_u \cdot u'_x = 3u^{3-1}(\sin x)' = 3u^2 \cos x = 3 \sin^2 x \cos x.$$

Здесь $u = \sin x$.

Ответ

$$y' = 3 \sin^2 x \cos x.$$

Ак
Нужна
Наши э

Пример 2

Найти производную

$$y = \sin 5x.$$

Решение

Выносим постоянную 5 за знак производной и из таблицы производных находим:

$$(5x)' = 5(x)' = 5\left(x^1\right)' = 5 \cdot 1 \cdot x^{1-1} = 5x^0 = 5 \cdot 1 = 5.$$

Применяем формулу производной сложной функции:

$$y' = (\sin 5x)' = (\sin u)'_x = (\sin u)'_u \cdot u'_x = \cos u \cdot (5x)' = \cos 5x \cdot 5 = 5 \cos 5x.$$

Здесь $u = 5x$.

Ответ

$$y' = 5 \cos 5x.$$

Тема 10. Интеграл его применение.

Задание 1. Перечень вопросов по теме для устного обсуждения:

Первообразная и неопределенный интеграл.

Методы нахождения неопределенного интеграла.

Понятие определенного интеграла и его свойства.

Методы вычисления определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница.

Приложения определенного интеграла для вычисления площадей фигур и объемов тел.

Задание 2. Решение примеров

Неопределенный интеграл

Пример 1. По определению найдите неопределенные интегралы.

a) $\int 5 dx$ b) $\int 3x^2 dx$ c) $\int \cos x dx$

Решение: $\int 5 dx = 5x + C$ $\int 3x^2 dx = x^3 + C$ $\int \cos x dx = \sin x + C$

Так как: $(5x + C)' = 5$ $(x^3 + C)' = 3x^2$ $(\sin x + C)' = \cos x$

Пример 2. Найдите интеграл $\int x^3 dx$.

Решение: подумаем, производной какой функции является функция x^3 . Например, известно, что производной функции x^4 является функция $4x^3$. Значит, множителем

искомой функции является дробь $\frac{1}{4}$, которая

потом сократиться с коэффициентом 4 и получится x^3

Такой функцией является функция $g(x) = \frac{1}{4} x^4$. Значит, $\int x^3 dx = \frac{1}{4} x^4 + C$

Интеграл постоянной и степенной функции

Пример 1. Найдите неопределенный интеграл $\int 5\sqrt{x} dx$

Решение: $\int 5\sqrt{x} dx = \int 5 x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{5}{\frac{1}{2} + 1} x^{\frac{1}{2} + 1} + C = \frac{5}{\frac{3}{2}} x^{\frac{3}{2}} + C = \frac{10}{3} \sqrt{x^3} + C$

Пример 2. Найдите общий вид первообразных функции $f(x) = 3 \cdot (2x + 1)^4$.

Решение: Так как функция x^4 одна из первообразных функции $\frac{x^5}{5}$, то одна из первообразных функции $f(x) = 3 \cdot (2x + 1)^4$ будет

$$3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x+1)^{4+1}}{4+1} = \frac{3}{10}(2x+1)^5.$$

Тогда общий вид первообразных имеет вид:

$$F(x) = \frac{3}{10}(2x+1)^5 + C. \quad \int 3 \cdot (2x + 1)^4 dx = \frac{3}{10}(2x+1)^5 + C$$

Значит,

Свойства неопределенного интеграла

Пример 1. Найдите интеграл $\int (3x^5 + 9x^2 - 5) dx$.

Решение: $\int (3x^5 + 9x^2 - 5) dx =$

$$= 3 \frac{x^{5+1}}{5+1} + 9 \frac{x^{2+1}}{2+1} - 5x + C = \frac{1}{2} x^6 + 3x^3 - 5x + C$$

$$f(x) = \frac{3x^2 - 2\sqrt{x}}{x}$$

Пример. Найдите первообразную функции

Решение: запишем заданную функцию в виде

$$f(x) = \frac{3x^2}{x} - \frac{2\sqrt{x}}{x} = 3x - 2x^{-\frac{1}{2}}$$

$$F(x) = 3 \cdot \frac{x^2}{2} - 2 \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} x^2 - 4\sqrt{x} + C.$$

Тогда получим,

Пример. Найдите неопределенные интегралы: а) $\int e^{4x} dx$; б) $\int \frac{2}{3x+4} dx$

$$\int e^{4x} dx = \frac{1}{4} e^{4x} + C$$

Решение: а)

$$\text{б) } \int \frac{2}{3x+4} dx = 2 \int \frac{1}{3x+4} dx = \frac{2}{3} \ln|3x+4| + C$$

Интегралы тригонометрических функций

Пример 1. Найдите интеграл $\int 2 \sin \frac{x}{2} dx$

$$\int 2 \sin \frac{x}{2} dx = -2 \cdot \frac{\cos(x/2)}{1/2} + C = -4 \cos \frac{x}{2} + C$$

Решение:

При интегрировании тригонометрических функций удобно использовать тригонометрические тождества.

Пример 2. Найдите первообразную функции $f(x) = \sin x \cdot \cos x$.

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x,$$

Решение: Так как то

$$F(x) = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2} \cos 2x\right) + C = -\frac{1}{4} \cos 2x + C$$

Пример 3. Вычислите интеграл $\int \sin^2 x dx$.

$$\sin^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x.$$

Решение: Воспользуемся тождеством Тогда,

$$\int \sin^2 x dx = \int \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x\right) dx = \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x + C.$$

Пример 4. Найдите интеграл $\int \sin 5x \cdot \cos 3x dx$.

Решение: Воспользуемся формулой

$$\sin ax \cdot \cos bx = \frac{1}{2}(\sin(a-b)x + \sin(a+b)x):$$

$$\int \sin 5x \cos 3x dx = \int \frac{1}{2}(\sin 2x + \sin 8x) dx = \frac{1}{2} \int \sin 2x dx + \frac{1}{2} \int \sin 8x dx = \\ = -\frac{1}{4} \cos 2x - \frac{1}{16} \cos 8x + C.$$

Задание 3. Контрольная работа по теме: Интеграл его применение.

Вариант №1

1) Для функции $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ найдите первообразную, график которой проходит через

точку А(1;0)

2) Найдите $\int \frac{dx}{\sin^2(2-3x)}$.

3) Вычислите интеграл

$$\int_1^2 \left(3x^2 - 4x - \frac{2}{x^2} \right) dx$$

4) Вычислите площадь фигуры, ограниченную линиями $y = -x^2 - 4x$, $y = 4 + x$.

5) Тело движется прямолинейно со скоростью

$v(t) = 3t^2 + 1$ (м\с). Найдите путь, пройденный телом за промежуток времени от $t=0$ с до $t=4$ с.

Тема 11. Элементы теории вероятности и математической статистики

Задание 1. Перечень вопросов по теме для устного обсуждения:

Вероятность случайных событий. Классическое определение вероятности.

Теоремы сложения и умножения вероятностей.

Случайные величины. Дискретные случайные величины и их свойства.

Простейшие понятия математической статистики.

Задание 2. Ответить на вопросы:

1. Садовник весной посадил 140 семян цветов, из которых-13 не взошли. Какова вероятность того, что цветочное семечко взойдет?

2. Провели несколько измерений случайной величины: 4,4; 4,2; 3,8; 6; 6,4; 5,4; 3,4; 3,8. Найдите моду этого набора чисел.

3. Провели несколько измерений случайной величины: 3 400; 2 500; 1800; 2 200; 3 900; 900; 200; 1 600; 600. Найдите среднее арифметическое этого набора чисел.

4. Провели несколько измерений случайной величины: 50; 75; 30; 115; 85; 120; 120; 75; 60; 70. Найдите медиану этого набора чисел.

5. Процент бракованной продукции завода за 8 дней: 1,4 ; 1,8 ; 1,1; 2; 4,7; 1 ; 2 ; 2.

6. Найдите разность среднего арифметического и медианы этого набора чисел.

Задание 3. Задачи.

Задача 1. По статистике на каждые 1000 лампочек приходится 3 бракованные. Какова вероятность купить исправную лампочку? Ответ: 0,997

Задача 2. В классе 30 человек. Вероятность того, что при случайном выборе одного ученика по номеру в журнале выбранным окажется мальчик, равна $1/3$. Сколько в этом классе девочек?

Задача 3. Известно, что «о» – самая распространенная гласная в русском языке. Прочитайте отрывок из петербургской повести А.С. Пушкина «Медный всадник»:

*На берегу пустынных волн
Стоял он, дум великих полн,
И вдаль глядел. Пред ним широко
Река неслася; бедный челн
По ней стремился одиноко.
По мшистым, топким берегам
Чернели избы здесь и там,
Приют убогого чухонца;*

*И лес, неведомый лучам
В тумане спрятанного солнца,*

*Кругом шумел.
И думал он:
Отсель грозить мы будем шведу,
Здесь будет город заложен
Назлом надменному соседу.
Природой здесь нам суждено
В Европу прорубить окно,
Ногою твердой встать при море.
Сюда по новым им волнам
Все флаги в гости будут к нам,
И запируем на просторе.*

а) Подтверждает ли этот отрывок правильность утверждения, приведенного в условии задачи?

б) Сравните частоты гласный «у» и «и» в стихотворении.

в) Постройте полигон относительных частот появления гласных в этом отрывке.

Решение. а) Для каждой гласной подсчитаем, сколько раз она встречается в тексте.

Гласная а я у ю о ё ы и э е

Частота 3 5 21 3 47 2 8 24 0 35

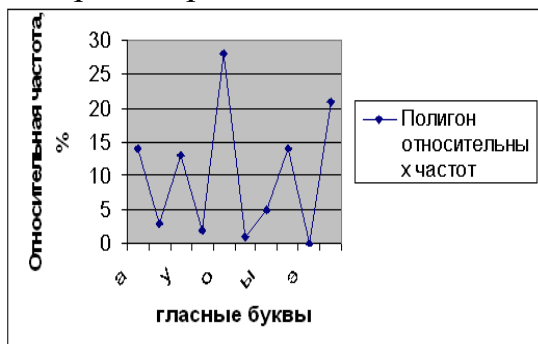
Из таблицы видно, что гласная «о» действительно встречается в тексте чаще, чем любая другая гласная

б) Частота буквы «у» равна 21, частота буквы «и» – 24 . следовательно, частота буквы «и» больше

в) Сначала найдем относительную частоту появления каждой буквы (в процентах).

Гласная а я у ю о ё ы и э е Относительная частота, % 14 3 13 2 2 8 1 5 14 0 21

Теперь построим полигон относительных частот.



Задание 3. Контрольная работа по теме: Элементы теории вероятности и математической статистики.

Вариант 1.

1. Определите моду, среднее арифметическое и размах ряда: 5, 6, 11, 11, -1.
2. Костя сдает экзамен по биологии. Ему нужно выучить 21 билет. Он знает 11 билетов, а два только прочитал. Какова вероятность того, что на экзамене он вытащит билет, который даже не читал?

Вариант 2

1. Определите моду, среднее арифметическое и размах ряда: 15, 4, 12, -3, 15.
2. Наташа выучила 12 билетов по информатике из 20. На три билета у неё нет ответов. Какова вероятность, что на экзамене по информатике ей попадется билет, которого она не знает?

Тема 12. Уравнения и неравенства

Задание 1. Перечень вопросов по теме для устного обсуждения:

- Система двух линейных уравнений с двумя неизвестными.
- Определитель второго порядка и его свойства.
- Определитель третьего порядка и его свойства.
- Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
- Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
- Решение систем линейных неравенств с двумя неизвестными.

Задание 2. Задачи по теме

1. Решение иррациональных уравнений

Вариант 1.

Решите уравнения

$$[(3x-4)]^2 - (5x-2)(5x+2) + 20 = 0$$

$$(2x^2+4)/3 - (2-3x)/4 = (x^2+8)/6$$

$$1/(x-3) + 1/(x+3) = 5/8$$

$$\sqrt{1-x}=x+1$$

$$\sqrt{x^2+x+4}=4$$

$$\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}=2$$

Вариант 2.

Решите уравнения

A) $(4x+3)(4x-3)-(6x-1)^2+18=0$

B) $(x^2+x)/4-(3-7x)/20=0,3$

C) $1/(x-2)+1/(x+2)=3/8$

D) $\sqrt{x+1}=1-x$

E) $\sqrt{x^2-x-3}=3$

F) $\sqrt{12+x}-\sqrt{1-x}=$

1. В какой последовательности решают рациональные уравнения?
2. Какие уравнения называются иррациональными?
3. Какие приемы используют для решения иррациональных уравнений?

2. Решение показательных уравнений различными способами

Решите уравнения

$$4^x = 64$$

$$3^{2x+1} = 81$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^x = 25$$

$$7^{5x-4} = \left(\frac{1}{7}\right)^2$$

$$\left(\frac{3}{7}\right)^{3x+1} = \left(\frac{7}{3}\right)^{5x-3}$$

$$3^{x+2} + 3^x = 30$$

$$3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$$

$$9^x = 81$$

$$2^{3x+3} = 8$$

$$\left(\frac{1}{7}\right)^x = 49$$

$$4^{6x-2} = \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\left(\frac{3}{7}\right)^{3x+4} = \left(\frac{7}{3}\right)^{5x-4}$$

$$2^{x+2} + 2^x = 5$$

$$0,5^{2x} + 1,5 \cdot 0,5^x - 1 = 0$$

1. Какие уравнения называются показательными?
 2. Каковы особенности решения показательных уравнений?
 3. Решение тригонометрических уравнений различного типа
- Решить уравнения:

1) $\left(2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1\right)(2\operatorname{ctgx} + 1) = 0$

2) $\operatorname{tg}x + 9\operatorname{ctg}x - 10 = 0$

3) $2\sin 2x = 3\cos 2x$

4) $3\sin^2 x + \sin x \cdot \cos x - 2\cos^2 x = 0$

5) $\sin 5x = \sin x$

6) $\sin 4x + \sin^2 2x = 0$

1. Какие уравнения являются тригонометрическими?

2. Какие уравнения относятся к простейшим тригонометрическим уравнениям?

3. Какие существуют способы решения более сложных тригонометрических уравнений?

4. Метод интервалов

1. Решите неравенство: $\frac{x+17}{x^2-x-6} \geq 0$.

2. Решите неравенство: $\frac{\sqrt{17-15x-2x^2}}{x+3} > 0$.

3. Решите неравенство: $\sqrt{2x+1} < \frac{2x+1}{2-x}$.

1. Дайте определение неравенства с одной переменной.

2. В чем суть метода интервалов?

5. Решение прикладных задач

1. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 74 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 66 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

2. Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа 20 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

3. Расстояние между городами А и В равно 150 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 30 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С. Ответ дайте в километрах.

4. Из городов А и В, расстояние между которыми равно 330 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 3 часа на расстоянии 180 км от города В. Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города А. Ответ дайте в км/ч.

1. Какие задачи являются прикладными?

2. По какой схеме можно решать прикладные задачи?

6. Преобразование выражений, содержащих корень

1 вариант

1. Вычислить: а) $\sqrt[3]{3^{10} \cdot 2^{15}}$; б) $\sqrt[4]{3^{12} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8}$
2. Упростить выражение: а) $\left(\sqrt[3]{y^2}\right)^3$; б) $\left(\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{b^3}\right)^{12}$;
3. Вычислить: а) $\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}} + \sqrt[6]{27^2} - \sqrt[3]{64}$; б) $\sqrt[3]{11 - \sqrt{57}} \cdot \sqrt[3]{11 + \sqrt{57}}$; в) $\left(\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{\frac{1}{4}}\right) : \sqrt[3]{2}$
4. Упростить выражение: $\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^{18}}} + \left(\sqrt{\sqrt[3]{a^4}}\right)^3$

2 вариант

1. Вычислить: а) $\sqrt[3]{2^3 \cdot 5^6}$ б) $\sqrt[10]{4^{30} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{20}}$
2. Упростить выражение: ; а) $\left(\sqrt{\sqrt[3]{a^2 b}}\right)^6$; б) $(\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b})^6$
3. Вычислить: а) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{18} \cdot \sqrt[4]{4\frac{1}{2}} - \sqrt{\sqrt{256}}$; б) $\sqrt[4]{17 - \sqrt{33}} \cdot \sqrt[4]{17 + \sqrt{33}}$; в) $(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}) \cdot (\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})$
4. Упростить выражение: $\sqrt[3]{\sqrt{x^6 y^{12}}} - \left(\sqrt[5]{xy^2}\right)^5$

1. Что такое арифметический корень?
2. Какие основные свойства арифметического корня?

Задание 3. Контрольная работа №12

1 вариант

1. Известно, что система уравнений имеет четыре решения. Сколько точек пересечения имеют графики этих уравнений?

2. Является ли решением системы $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 4y - x = 4 \end{cases}$ пара чисел (6; 2,5)?

3. Выразите переменную y через переменную x из уравнения $7x^2 - y + 4 = 0$

4. Решите систему уравнений способом подстановки $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x + 2 \end{cases}$

5. Решите графически систему неравенств $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9 \\ y = x - 2 \end{cases}$

6. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x - y = 4, \\ x^2 - 2xy = 3 \end{cases}$

7. Решите графически систему уравнений $\begin{cases} y = \frac{6}{x} \\ x - y = 1 \end{cases}$

8. Две бригады, работая вместе, могут выполнить задание за 8 часов. Первая бригада, работая одна, могла выполнить задание на 12 часов быстрее, чем вторая бригада. За сколько часов могла бы выполнить задание первая бригада, если бы она работала одна?

2 вариант

1. Известно, что система уравнений имеет три решения. Сколько точек пересечения имеют графики этих уравнений?

2. Является ли решением системы $\begin{cases} x = y = 4 \\ y + xy = 6 \end{cases}$ пара чисел (3;1)?

3. Выразите переменную y через переменную x из уравнения $8x^2 - y + 12 = 0$

4. Решите систему уравнений способом подстановки $\begin{cases} y = x^2 \\ y = -x + 2 \end{cases}$

5. Решите графически систему неравенств $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 25 \\ y = x - 3 \end{cases}$

6. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + xy = 8, \\ 2x + y = 6 \end{cases}$

7. Решите графически систему уравнений $\begin{cases} y = \frac{-6}{x} \\ x + y = 1 \end{cases}$

8. Два комбайна, работая совместно, могут выполнить задание за 6 часов. Первый комбайн, работая один, может выполнить это задание на 5 часов скорее, чем второй комбайн. За сколько времени может выполнить этот задание первый комбайн, работая один?

3.2. Типовые контрольные задания для промежуточной аттестации обучающихся

Вариант I

A1 Упростите выражение $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1$

1) 0 3) $\sin 2\alpha$

2) 1 4) $\cos 2\alpha$

A2. Решите уравнение

$$\sin \frac{x}{5} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

1) $\pm \frac{5\pi}{3} + 10\pi n$, $n \in Z$

3) $\pm \frac{5\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in Z$

2) $(-1)^n \frac{5\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in Z$

4) $(-1)^n \frac{5\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in Z$

A3 Решите неравенство

$$\frac{x+2}{7-x} \geq 0$$

1) $(-\infty; -6)$

3) $(-1; 8)$

2) $[-3; 7]$

4) $[0; +\infty)$

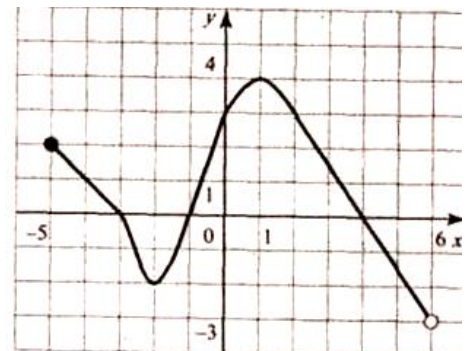
A4 На рисунке изображен график функции, заданной на промежутке $[5; 6)$. Укажите множество значений этой функции.

1) $[-5; 6)$

2) $[-2; 4]$

3) $(-3; 4]$

4) $(-3; 2]$



A5 Найдите множество значений функции $y = \cos^2 x + 3$

- 1) $[0; 4]$ 3) $[3; \infty)$
2) $[3; 4]$ 4) $(3; 4)$

A6 Найдите производную функции $y = \sin x + 2x^6$

- 1) $y' = -\cos x + 2x^5$ 3) $y' = -\cos x + 12x^5$
2) $y' = \cos x + 12x^5$ 4) $y' = \cos x + x^5$

A7 Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 7x^3 - 21x^2 + 18$ в его точке с абсциссой $x_0 = 1$

- 1) - 18 3) - 21
2) 22 4) 17

B1 Найдите значение выражения $1,5 - 3,4\cos x$, если $\sin x = \frac{15}{17}$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

B2 Найдите значение функции $y=f(-x)g(x)-g(-x)$ в точке x_0 , если известно, что функция $y=f(x)$ – четная, функция $y=g(x)$ -нечетная, $y=f(x_0)=-3$, $y=g(x_0)=-2$

C1 Найдите наибольшее и наименьшее значение заданной функции на заданном промежутке

$$\frac{x^4}{x^4 + 1} \quad (-\infty; +\infty)$$

Вариант II

A1 Упростите выражение $(\cos 2\alpha + 1)\operatorname{tg}^2 \alpha - 1$

- 1) $\cos 2\alpha$; 3) $\operatorname{ctg} \alpha$;
2) $\operatorname{tg} \alpha$; 4) $-\cos 2\alpha$.

A2 Решите уравнение

$$\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.$$

1) $(-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

2) $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

3) $\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

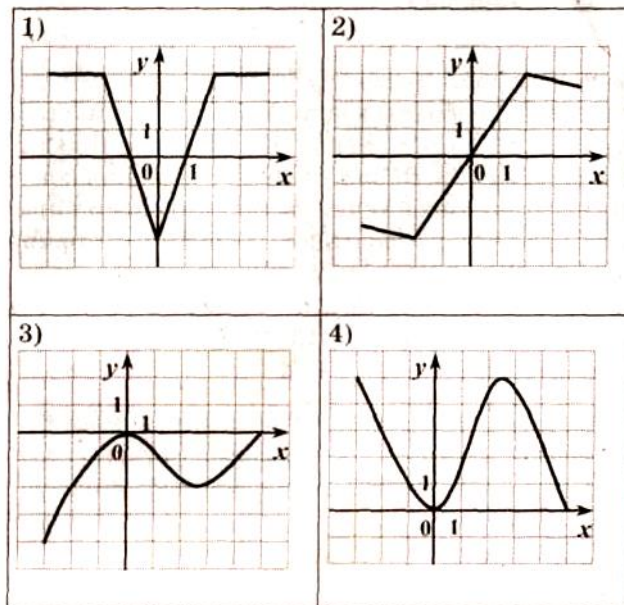
4) $\pm \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

A3 Решите неравенство

$$\frac{6x + 18}{7x} \leq 0.$$

- 1) $[-3; 0) \cup (0; +\infty)$
- 2) $[-3; 0)$
- 3) $[-3; +\infty)$
- 4) $(-\infty; -3] \cup (0; +\infty)$

A4 На одном из рисунков изображен график четной функции. Укажите это рисунок.



изображен
Укажите это

A5 Найдите множество значений $y = 2\sin x + 5$

- 1) $[-2; 2]$
- 2) $[3; 7]$
- 3) $[-5; 5]$
- 4) $[-1; 1]$

чений функ-

3) $[-5;$

A6 Найдите производную функции $y = \cos x + x^4$.

- 1) $y' = -\sin x + 4x^3$;
- 2) $y' = \sin x + 4x^3$;
- 3) $y' = \sin x + x^3$;
- 4) $y' = -\sin x + x^3$.

A7 Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 5x^2 - 3x + 2$ в его точке с абсциссой $x_0 = 2$.

- 1) 16;
- 2) 17;
- 3) 0,3;
- 4) 0.

B1 Найдите значение выражения $\sqrt{11} \cos x$, если $\sin x = \sqrt{\frac{2}{11}}$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

B2 Функция $y=f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 5. На промежутке $(-1;4]$ она задается формулой $f(x)=x^2-2x-1$. Найдите значение выражения $3f(7)-4f(-3)$.

C1 Найдите наибольшее значение функции

$$f(x)=3(2x-4)^4-(2x-4)^5$$

при $|x - 2| \leq 1$

Вариант III

$$\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{2 \cos^2 x - 1}$$

A1 Упростите выражение

- 1) 1; 2) $\operatorname{tg} \alpha$; 3) $\operatorname{ctg} \alpha$; 4) $\sin \alpha$.

A2 Решите уравнение $\sin x = 1$

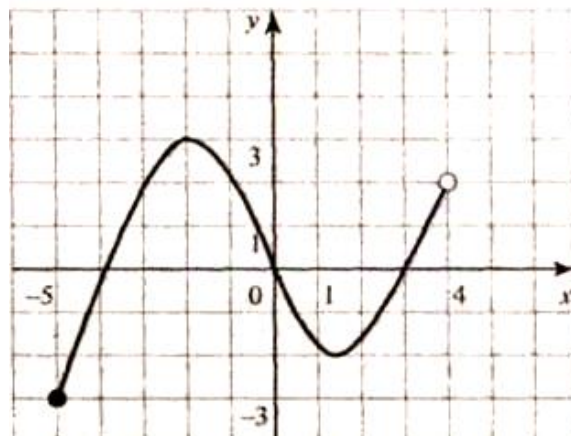
- 1) $\frac{\pi}{2} + 2\pi, n \in \mathbb{Z}$; 2) $\frac{\pi}{2} + \pi, n \in \mathbb{Z}$; 3) $\pi, n \in \mathbb{Z}$; 4) $2\pi, n \in \mathbb{Z}$.

A3 Решите неравенство $\frac{5x-15}{(x+6)(x-8)} > 0$.

- 1) $(-\infty; 6) \cup (3; 8)$; 2) $(-\infty; -6) \cup (-6; 3)$; 3) $(-6; 3) \cup (8; +\infty)$; 4) $(3; 8) \cup (8; +\infty)$.

A4 На рисунке изображен график функции, заданной на промежутке $[-5; 4]$. Укажите множество значений этой функции

- 1) $[-5; 4]$
2) $[-3; 2]$
3) $[-3; 3]$
4) $(-3; 2] \cup (2; 3]$



функ-
Ука-
ции.

A5 Найдите множество значений функции $y = 4 - \cos x$

- 1) $[2; 4]$; 2) $[3; 5]$; 3) $[-2; 6]$; 4) $[-1; 1]$

функ-

A6 Найдите производную функции $y = -\sin x + x^3$.

- 1) $y' = \cos x + 3x^2$; 2) $y' = \cos x + x^2$; 3) $y' = -\cos x + x^2$; 4) $y' = -\cos x + 3x^2$.

A7 Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 3x^2 - 2x + 1$ в его точке с абсциссой $x_0 = 1$.

- 1) 4; 2) 1; 3) 2; 4) 5

B1 Найдите значение выражения $\sqrt{21} \sin x$, если $\cos x = -\frac{2}{5}, \frac{\pi}{2} < x < \pi$

B2 Периодическая четная функция $y = f(x)$ определена для всех действительных чисел. Ее период равен 6. Найдите значения выражения $\frac{f(17) \cdot f(-11)}{f(29)}$, если $f(5) = 3$.

C1 Найдите наибольшее значение функции

$$f(x) = 50(0.5x - 1)^2 - (0.5x - 1) \text{ при } |x - 3| \leq 3$$

Вариант IV

A1 Упростите выражение $7 \sin^2 x - 5 + 7 \cos^2 + 2$

- 1) $\operatorname{tg}^2 \alpha$; 3) $\operatorname{ctg}^2 \alpha$;
 2) $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$; 4) 4.

A2 Решите уравнение $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

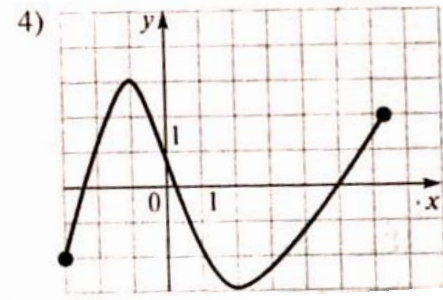
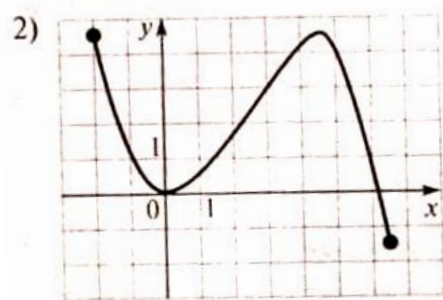
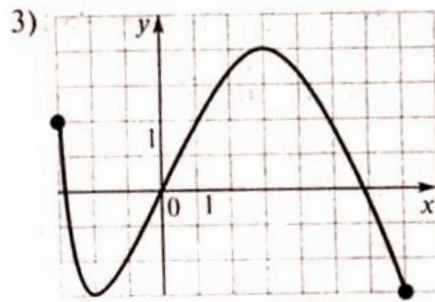
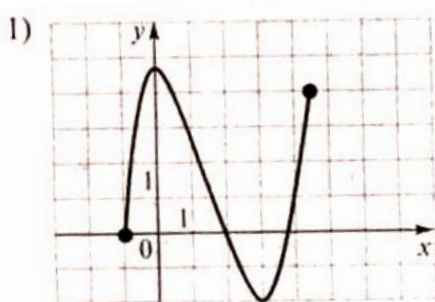
- 1) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; 3) $(-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$;
 2) $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$; 4) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$.

A3 Решите неравенство

$$\frac{\delta - 3}{2\delta(\delta + 6)} \geq 0$$

- 1) $(-\infty; -6) \cup [3; +\infty)$; 3) $(-6; 0) \cup (3; +\infty)$;
 2) $(-\infty; -6) \cup (0; 3]$; 4) $(-6; 0) \cup [3; +\infty)$.

A4 На каком из следующих рисунков изображен график функции, возрастающей на промежутке $[-1; 2]$



A5 Найдите множество значений функции $y = 1 + 5 \cos x$

- 1) $[-4; 6]$ 3) $[0; 2]$
 2) $[-2; 2]$ 4) $[4; 6]$

А6 Найдите производную функции $y = 2x^5 - 3\cos x$.

- 1) $y' = 5x^4 - 3\sin x$; 3) $y' = 2x^4 + 3\sin x$;
2) $y' = 10x^4 - 3\sin x$; 4) $y' = 10x^4 + 3\sin x$.

А7 Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 3x^2 - 5x + 1$ в его точке с абсциссой $x_0 = 2$.

- 1) 3 3) 1
2) 8 4) 7

В1 Найдите $\sin x$, если $\cos x = -\frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

В2 Функция $y=f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 5. На промежутке $(-1;4]$ она задается формулой $f(x)=1+2x-x^2$. Найдите значение выражения $2f(-15)+3f(18)$.

С1 Найдите наибольшее значение функции

$$f(x)=32(0.5x-3)^2-(0.5x-3) \text{ при } |x-7| \leq 3$$

Вариант V

А1 Упростите выражение $5\sin^2 x - 3 + 5\cos^2$

- 1) $\cos \alpha$; 3) $\frac{1}{\cos \alpha}$;
2) 2; 4) $\operatorname{tg} \alpha$.

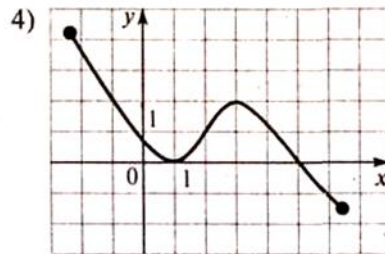
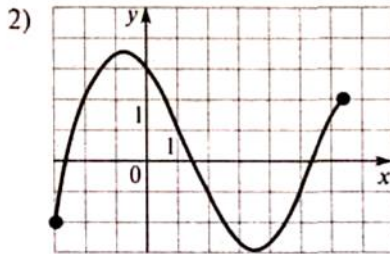
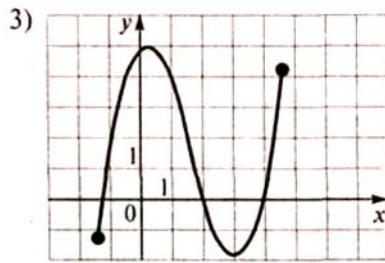
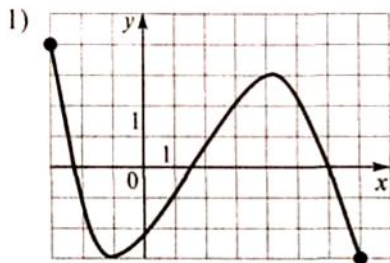
А2 Решите уравнение $\cos^2 x - \sin^2 x = -\frac{1}{2}$

- 1) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; 3) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
2) $(-1)^n \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; 4) $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$.

А3 Решите неравенство

$$\frac{(\tilde{\delta}-1)(4\tilde{\delta}+2)}{\tilde{\delta}+3} \geq 0$$

- 1) $(-\infty; -3) \cup \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$; 3) $\left(-3; -\frac{1}{2}\right] \cup [1; +\infty)$;
2) $(-3; +\infty)$; 4) $[1; +\infty)$.



A4

A5. Найдите множество значений функции $y = 3 - 4\cos x$

- 1) $[-1; 3]$ 3) $[-4; 4]$
 2) $[-1; 7]$ 4) $(-\infty; 3]$

A6. Найдите производную функции $y = 2\sin x - x^5$.

- 1) $y' = 2\cos x - 5x^4$; 3) $y' = 2\cos x - x^4$;
 2) $y' = -2\cos x - 5x^4$; 4) $y' = -2\cos x - x^4$.

A7. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 3x^2 - 7x + 12$ в его точке с абсциссой $x_0 = 3$.

- 1) 18 3) 11
 2) 23 4) 8

B1. Найдите $\sin x$, если $\cos x = \frac{2}{3}$, $\frac{2}{3} < x < 2\pi$

B2. Периодическая четная функция $y=f(x)$ определена для всех действительных чисел. Ее период равен 6. Найдите значения выражения $\frac{f(17) \cdot f(-11)}{f(29)}$, если $f(5)=3$.

C1. Найдите наибольшее значение функции

$$f(x) = \frac{8\delta}{\delta^2 + 16} \text{ при } |x + 5,5| \leq 2,5$$

Вариант VI

A1. Упростите выражение $1 - \sin x \operatorname{ctg} x \cos x$

- 1) 0
 2) $\cos^2 \delta$;
 3) $1 - \sin 2x$;
 4) $\sin^2 x$.

A2. Решите уравнение $\sin 2x = -1$

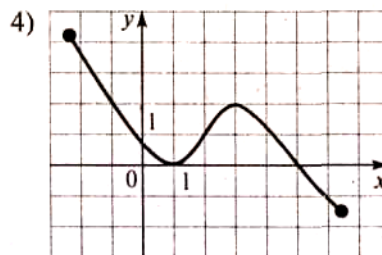
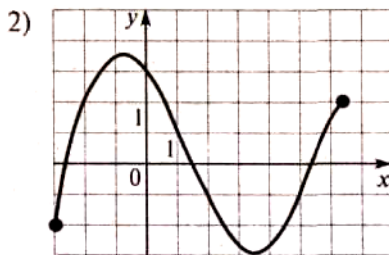
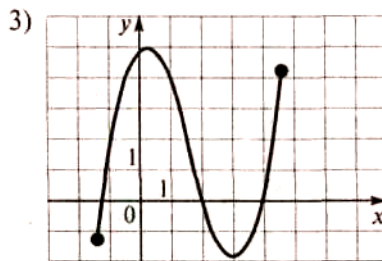
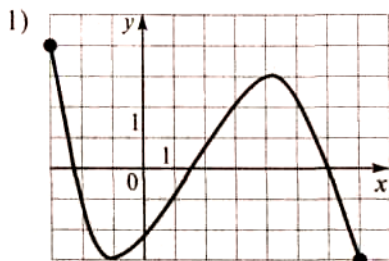
- 1) $-\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$;
 2) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$;
 3) $\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 4) $-\pi + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

$$\frac{(\delta + 3)(\delta - 11)}{5\delta}$$

A3. Решите неравенство

- 1) $(-\infty; -3) \cup (0; 11)$;
 2) $(-3; 0) \cup (11; +\infty)$
 3) $(-\infty; -3) \cup (11; +\infty)$;
 4) $(-3; 0) \cup (0; 11)$.

A4. На каком из следующих рисунков изображен график функции, убывающей на промежутке $[3; 7]$?



A5. Найдите множество значений функции $y = 2 - 4\cos x$

- 1) $[-4; 2]$
 2) $[-1; 1]$
 3) $[2; 6]$
 4) $[-2; 6]$

A6. Найдите производную функции $y = 3\sin x - x^6$.

- 1) $y' = -3\cos x - x^5$;
 2) $y' = 3\cos x - 6x^5$;
 3) $y' = -3\cos x - 4x^5$;
 4) $y' = 3\cos x - x^5$.

A7. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = -2x^2 + 3x + 5$ в его точке с абсциссой $x_0 = -1$.

- 1) 7
 2) 1
 3) 0
 4) 5

B1. . Найдите $\sin x$, если $\cos x = -\frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

B2. Функция $y=f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 5. На промежутке $(-1; 4]$ она задается формулой $f(x)=1+2x-x^2$. Найдите значение выражения $2f(-15)+3f(18)$.

C1. Найдите наибольшее значение функции

$$f(x) = \frac{-5\delta}{\delta^2 + 4} \text{ при } |x + 3,5| \leq 2,5.$$

Вариант VII

A1. Упростите выражение $\frac{\sin^3 \alpha - \sin \alpha \cos^2 \alpha}{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}$

- | | |
|-------------------------------|------------------|
| 1) $\sin \alpha$ | 3) $\cos \alpha$ |
| 2) $\operatorname{tg} \alpha$ | 4) 1. |

A2. Найдите все решения уравнения $\operatorname{ctg}^2 x - \sin x = \frac{1}{\sin^2 x} - 2$

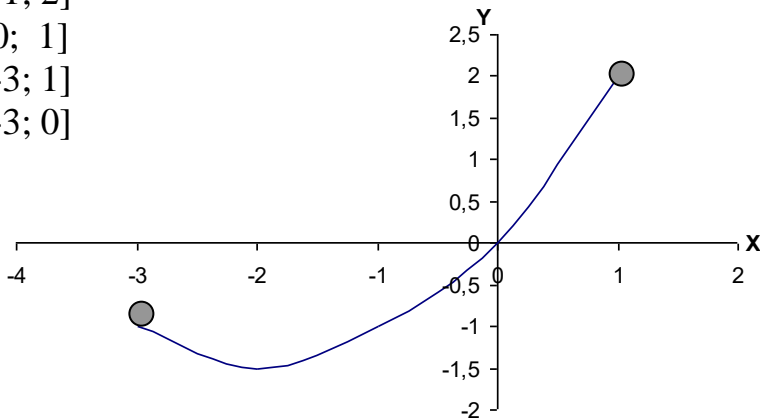
- | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| 1) $\pi, n \in Z$ | 3) $\frac{\pi}{4} + 2\pi, n \in Z$ |
| 2) $\frac{\pi}{2} + \pi, n \in Z$ | 4) $\frac{\pi}{2} + 2\pi, n \in Z$ |

A3. Определите число целых решений неравенства $\frac{4-2x}{x-4} > 0$

- | | |
|-------|-------|
| 1) 1; | 3) 3; |
| 2) 2; | 4) 4. |

A4. Функция задана графиком. Укажите область определения этой функции.

- 1) $[-1; 2]$
- 2) $[0; 1]$
- 3) $[-3; 1]$
- 4) $[-3; 0]$



A5. Найдите множество значений функции $y = 2 \sin x + 5$

- | | |
|--------------|--------------|
| 1) $[-2; 2]$ | 3) $[-5; 5]$ |
| 2) $[3; 7]$ | 4) $[-1; 1]$ |

A6. Найдите производную функции $y = -2\cos x + x^3$.

- 1) $y' = -2\sin x + 3x$; 3) $y' = -2\sin x + 3x^2$;
 2) $y' = 2\sin x + 3x^2$; 4) $y' = 2\sin x + 3x$.

A7. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = -x^2 + 6x - 4$ в его точке с абсциссой $x_0 = 3$.

- 1) 6 3) 0
 2) 5 4) -4

B1. Укажите число корней уравнения $\cos^4 2x - \sin^4 2x - \cos 4x = \operatorname{tg} 3x$ на промежутке $[-\pi; \pi]$.

$$y = \frac{1}{3} \sqrt[3]{40 - 60\cos x + 25\cos^2 x}$$

B2. Найдите наибольшее целое значение функции

C1. Найдите все значения p , при которых уравнение $5\cos 8x + p = 6\sin^3 4x$ не имеет корней.

ОТВЕТЫ НА ВАРИАНТЫ ТЕСТОВ

№ Вар. №Зад.	I	II	III	IV	V	VI	VII
A1	3	4	2	2	3	4	1
A2	1	2	1	3	1	2	4
A3	2	2	2	1	2	3	1
A4	3	2	4	1	4	4	3
A5	2	4	2	1	2	4	2
A6	2	3	4	4	1	2	2
A7	3	2	1	4	3	1	3
B1	3	7	4	0	3	3	7
B2	10	12	2	4	3	10	1
C1	$(-\infty; -5) \cup (5; \infty)$	$(-\infty; 0) \cup (1; \infty)$	$(-\infty; -3) \cup (5; \infty)$	$(-\infty; -3) \cup (4; \infty)$	$(-\infty; -4) \cup (9; \infty)$	$(-\infty; -3) \cup (5; \infty)$	$(-\infty; -5) \cup (11; \infty)$

IV. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ОСНОВНЫХ ВИДОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ДОСТИЖЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Процедура оценивания – порядок действий при подготовке и проведении аттестационных испытаний и формировании оценки.

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с Положением о промежуточной (рубежной) аттестации знаний обучающихся ДГУНХ.

Аттестационные испытания проводятся преподавателем (или комиссией преподавателей – в случае модульной дисциплины), ведущим лекционные занятия по данному учебному предмету, или преподавателями, ведущими практические и лабораторные занятия (кроме устного экзамена). Присутствие посторонних лиц в ходе проведения аттестационных испытаний без разрешения ректора или проректора не допускается (за исключением работников университета, выполняющих контролирующие функции в соответствии со своими должностными обязанностями). В случае отсутствия ведущего преподавателя аттестационные испытания проводятся преподавателем, назначенным письменным распоряжением по кафедре.

Инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, имеющие нарушения опорно-двигательного аппарата, допускаются на аттестационные испытания в сопровождении ассистентов-сопровождающих.

Во время аттестационных испытаний обучающиеся могут пользоваться программой учебной учебно-методической литературы, а также с разрешения преподавателя справочной и нормативной литературой, непрограммируемыми калькуляторами.

Время подготовки ответа при сдаче зачета/экзамена в устной форме должно составлять не менее 40 минут (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным). Время ответа – не более 15 минут.

При подготовке к устному экзамену экзаменуемый, как правило, ведет записи в листе устного ответа, который затем (по окончании экзамена) сдается экзаменатору.

При проведении устного экзамена экзаменационный билет выбирает сам экзаменуемый в случайном порядке.

Экзаменатору предоставляется право задавать обучающимся дополнительные вопросы в рамках программы учебно-методической литературы текущего семестра, а также, помимо теоретических вопросов, давать задачи, которые изучались на практических занятиях.

Оценка результатов устного аттестационного испытания объявляется обучающимся в день его проведения. При проведении письменных аттестационных испытаний или компьютерного тестирования – в день их проведения или не позднее следующего рабочего дня после их проведения.

Результаты выполнения аттестационных испытаний, проводимых в письменной форме, форме итоговой контрольной работы или компьютерного тестирования, должны быть объявлены обучающимся и выставлены в зачетные книжки не позднее следующего рабочего дня после их проведения.

**Лист актуализации фонда оценочных средств учебного предмета
«Математика»**

Фонд оценочных средств учебного предмета пересмотрен,
обсужден и одобрен на заседании методической комиссии

Протокол от « _____ » _____ 20 ____ г. № _____

Председатель метод. комиссии _____

Фонд оценочных средств учебного предмета пересмотрен,
обсужден и одобрен на заседании методической комиссии

Протокол от « _____ » _____ 20 ____ г. № _____

Председатель метод. комиссии _____

Фонд оценочных средств учебного предмета пересмотрен,
обсужден и одобрен на заседании методической комиссии

Протокол от « _____ » _____ 20 ____ г. № _____

Председатель метод. комиссии _____