

**ГАОУ ВО «ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА»**

*Утверждены решением
Ученого совета,
протокол № 11 от 06 июня 2023г.*

**КАФЕДРА «ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И
ПРОГРАММИРОВАНИЕ»**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

**ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ИССЛЕДОВАНИЕ
ОПЕРАЦИЙ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ»**

**НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ –
09.03.03 «ПРИКЛАДНАЯ ИНФОРМАТИКА»,**

**ПРОФИЛЬ «ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ
В ЭКОНОМИКЕ»**

УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ - БАКАЛАВРИАТ

Махачкала – 2023

УДК: 519.876.5

ББК: 22.18

А 50

Составитель – Магомедов Курбан Ахмедович, доктор технических наук, профессор кафедры «Информационные системы и программирование» ДГУНХ.

Внутренний рецензент: Якубов Амучи Загирович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Информационные системы и программирование» ДГУНХ.

Внешний рецензент: Ибрагимов Мурад Гаджиевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей алгебры и геометрии Дагестанского государственного университета

Представитель работодателя: Сайидахмедов Сайидахмед Сергеевич, генеральный директор компании «Текама»

Оценочные материалы по дисциплине «Исследование операций и методы оптимизации» разработаны в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 19 сентября 2017 года №922, в соответствии с приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. №245 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры».

Оценочные материалы по дисциплине «Исследование операций и методы оптимизации» размещена на официальном сайте www.dgunh.ru

Магомедов К.А. Оценочные материалы по дисциплине «Исследование операций и методы оптимизации» для направления подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика», профиль «Информационные системы в экономике». – Махачкала: ДГУНХ, 2023. - 52 с.

Рекомендованы к утверждению Учебно-методическим советом ДГУНХ 05 июня 2023 г.

Рекомендованы к утверждению руководителем основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, профиль «Информационные системы в экономике», к.э.н., доцентом Раджабовым К.Я.,

Одобрены на заседании кафедры «Информационные системы и программирование» 31 мая 2023 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Назначение оценочных материалов.....	4
Раздел 1. Перечень компетенций с указанием видов оценочных средств в процессе освоения дисциплины.....	4
1.1. Перечень формируемых компетенций.....	5
1.2. Перечень компетенций с указанием видов оценочных средств.....	6
Раздел 2. Задания, необходимые для оценки планируемых результатов обучения по дисциплине.....	10
Раздел 3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....	44
Раздел 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций.....	47
Лист актуализации оценочных материалов по дисциплине	52

Назначение оценочных материалов

Оценочные материалы для текущего контроля успеваемости (оценивания хода освоения дисциплины) для проведения промежуточной аттестации (оценивания промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине) обучающихся по дисциплине «Исследование операций и методы оптимизации» на соответствие их учебных достижений поэтапным требованиям образовательной программы высшего образования 09.03.03 Прикладная информатика, профиль «Информационные системы в экономике».

Оценочные материалы по дисциплине «Исследование операций и методы оптимизации» включают в себя: перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОП ВО; описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания; типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения ОПОП; методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Оценочные материалы сформированы на основе ключевых принципов оценивания:

- валидности: объекты оценки должны соответствовать поставленным целям обучения;
- надежности: использование единообразных стандартов и критериев для оценивания достижений;
- объективности: разные студенты должны иметь равные возможности добиться успеха.

Основными параметрами и свойствами оценочных материалов являются:

- предметная направленность (соответствие предмету изучения конкретной учебной дисциплины);
- содержание (состав и взаимосвязь структурных единиц, образующих содержание теоретической и практической составляющих учебной дисциплины);
- объем (количественный состав оценочных материалов);
- качество оценочных материалов в целом, обеспечивающее получение объективных и достоверных результатов при проведении контроля с различными целями.

РАЗДЕЛ 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

1.1 Перечень формируемых компетенций

код компетенции	формулировка компетенции
ОПК	ОБЩЕПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;
ОПК-6	Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования;

1.2. Перечень компетенций с указанием видов оценочных средств

Код и формулировка компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Уровни освоения компетенций	Критерии оценивания сформированности компетенций	Виды оценочных средств	
ОПК -1 Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИОПК -1.1. Демонстрирует естественнонаучные и инженерные знания для исследования информационных систем и их компонентов	Знать: -методы применения математического анализа, математического моделирования, естественнонаучных и инженерных знаний в профессиональной деятельности;	Пороговый уровень	Слабо знает методы применения математического анализа, математического моделирования, естественнонаучных и инженерных знаний в профессиональной деятельности	Блок А – задания репродуктивного уровня А1 -вопросы для устного опроса;	
			Базовый уровень	Достаточно полно знает методы применения математического анализа, математического моделирования, естественнонаучных и инженерных знаний в профессиональной деятельности		
			Продвинутый уровень	Свободно описывает и систематизирует методы применения математического анализа, математического моделирования, естественнонаучных и инженерных знаний в профессиональной деятельности		
		Уметь: решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе математических, естественнонаучных и инженерных знаний;	Пороговый уровень	Слабо умеет решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе математических, естественнонаучных и инженерных знаний		Блок В – задания реконструктивного уровня В1 - вопросы для письменной контрольной работы, задачи
			Базовый уровень	Умеет решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе математических, естественнонаучных и инженерных знаний		
			Продвинутый уровень	Хорошо решает стандартные задачи профессиональной деятельности на основе математических, естественнонаучных и инженерных знаний		
		Владеть: способами применения математических, естественнонаучных и инженерных знаний для исследования	Пороговый уровень	Недостаточно владеет способами применения математических, естественнонаучных и инженерных знаний для исследования информационных систем и их компонентов.		Блок С – задания практико-ориентированного уровня
			Базовый уровень	Хорошо владеет способами применения математических, естественнонаучных и инженерных знаний для исследования информационных систем и их компонентов.		

		ния информационных систем и их компонентов.	Продвину- тый уро- вень	Свободно владеет способами применения математических, естественнонаучных и общетехнических знаний для исследования информационных систем и их компонентов.	С1 -лабораторные работы	
ИОПК -1.4. Владеет методами математического моделирования операций, методами решения основных типов задач исследования операций для решения стандартных задач в профессиональной деятельности	Знать: методы применения математического анализа, математического моделирования, естественнонаучных и общетехнических знаний для решения стандартных задач в профессиональной деятельности;	Пороговый уровень	Базовый уровень	Слабо знает методы применения математического анализа, математического моделирования, естественнонаучных и общетехнических знаний для решения стандартных задач в профессиональной деятельности	Блок А – задания репродуктивного уровня А1 -вопросы для устного опроса;	
				Достаточно полно знает методы применения математического анализа, математического моделирования, естественнонаучных и общетехнических знаний для решения стандартных задач в профессиональной деятельности		
				Свободно описывает и систематизирует методы применения математического анализа, математического моделирования, естественнонаучных и общетехнических знаний для решения стандартных задач в профессиональной деятельности		
	Уметь: применять методы математического моделирования и исследования операций для решения стандартных задач в профессиональной деятельности;	Пороговый уровень	Базовый уровень	Продвину- тый уро- вень	Слабо умеет применять методы математического моделирования и исследования операций для решения стандартных задач в профессиональной деятельности	Блок В – задания реконструктивного уровня В1 - вопросы для письменной контрольной работы, задачи
					Умеет применять методы математического моделирования и исследования операций для решения стандартных задач в профессиональной деятельности	
					Хорошо ориентируется в применении методов математического моделирования и исследования операций для решения стандартных задач в профессиональной деятельности	
	Владеть: способами применения методов исследования операций для решения стандартных задач в профессиональной деятельности	Пороговый уровень	Базовый уровень	Продвину- тый уро- вень	Недостаточно владеет способами применения методов исследования операций для решения стандартных задач в профессиональной деятельности	Блок С – задания практико-ориентированного уровня С1 -лабораторные работы
					Хорошо владеет способами применения методов исследования операций для решения стандартных задач в профессиональной деятельности	
					Свободно владеет способами применения методов исследования операций для решения стандартных задач в профессиональной деятельности	

	ИОПК -1.5. Использует метод замены при исследовании изучаемого предмета или явления специальной моделью, воспроизводящей существенные характеристики оригинала, с использованием современного программного и информационное обеспечение процессов моделирования	Знать: способы использования метода замены изучаемого предмета или явления специальной моделью, воспроизводящей его свойства и характеристики.	Пороговый уровень	Слабо знает способы использования метода замены изучаемого предмета или явления специальной моделью, воспроизводящей его свойства и характеристики	Блок А – задания репродуктивного уровня А1 -вопросы для устного опроса;
			Базовый уровень	Достаточно полно знает способы использования метода замены изучаемого предмета или явления специальной моделью, воспроизводящей его свойства и характеристики	
			Продвинутый уровень	Свободно описывает и систематизирует способы использования метода замены изучаемого предмета или явления специальной моделью, воспроизводящей его свойства и характеристики	
		Уметь: заменять изучаемый предмет или явление специальной моделью, воспроизводящей существенные характеристики оригинала.	Пороговый уровень	Слабо умеет заменять изучаемый предмет или явление специальной моделью, воспроизводящей существенные характеристики оригинала	Блок В – задания реконструктивного уровня В1 - вопросы для письменной контрольной работы, задачи
			Базовый уровень	Умеет заменять изучаемый предмет или явление специальной моделью, воспроизводящей существенные характеристики оригинала	
			Продвинутый уровень	Хорошо умеет заменять изучаемый предмет или явление специальной моделью, воспроизводящей существенные характеристики оригинала	
		Владеть: методикой замены изучаемого предмета или явления специальной моделью, воспроизводящей существенные характеристики оригинала.	Пороговый уровень	Недостаточно владеет методикой замены изучаемого предмета или явления специальной моделью, воспроизводящей существенные характеристики оригинала	Блок С – задания практико-ориентированного уровня С1 -лабораторные работы
			Базовый уровень	Хорошо владеет методикой замены изучаемого предмета или явления специальной моделью, воспроизводящей существенные характеристики оригинала	
			Продвинутый уровень	Свободно владеет методикой замены изучаемого предмета или явления специальной моделью, воспроизводящей существенные характеристики оригинала	
ОПК -6. Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические	ИОПК-6.1. Применяет знания математического моделирования, используемого	Знать: приемы применения методов математического моделирования и использования их при решении экономических и	Пороговый уровень	Слабо знает приемы применения методов математического моделирования и использования их при решении экономических и оптимизационных задач	Блок А – задания репродуктивного уровня
			Базовый уровень	Достаточно полно знает приемы применения методов математического моделирования и использования их при решении экономических и оптимизационных задач	

<p>ческие и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования</p>	<p>при расчете экономических и оптимизационных задач</p>	<p>оптимизационных задач</p>	<p>Продвину- тый уро- вень</p>	<p>Свободно описывает и систематизирует приемы применения методов математического моделирования и использования их при решении экономических и оптимизационных задач</p>	<p>A1-вопросы для устного опроса;</p>	
		<p>Уметь: решать экономические и оптимизационные задачи с использованием интерактивных систем типа Scilab (Matlab и Mathcad).</p>	<p>Порого- вый уро- вень</p>	<p>Слабо умеет решать экономические и оптимизационные задачи с использованием интерактивных систем типа Scilab (Matlab и Mathcad)</p>	<p>Блок В – задания реконструктивного уровня B1- вопросы для письменной контрольной работы, задачи</p>	
			<p>Базовый уровень</p>	<p>Умеет решать экономические и оптимизационные задачи с использованием интерактивных систем типа Scilab (Matlab и Mathcad)</p>		
			<p>Продвину- тый уро- вень</p>	<p>Хорошо решать экономические и оптимизационные задачи с использованием интерактивных систем типа Scilab (Matlab и Mathcad)</p>		
		<p>Владеть: методами математического моделирования, в том числе, в среде интерактивных систем типа Scilab (Matlab и Mathcad) и использования этих методов при решении экономических и оптимизационных задач</p>	<p>Порого- вый уро- вень</p>	<p>Недостаточно владеет методами математического моделирования, в том числе, в среде интерактивных систем типа Scilab (Matlab и Mathcad) и использования этих методов при решении экономических и оптимизационных задач</p>	<p>Блок С – задания практико-ориентированного уровня C1-лабораторные работы</p>	
			<p>Базовый уровень</p>	<p>Хорошо владеет методами математического моделирования, в том числе, в среде интерактивных систем типа Scilab (Matlab и Mathcad) и использования этих методов при решении экономических и оптимизационных задач</p>		
			<p>Продвину- тый уро- вень</p>	<p>Свободно владеет методами математического моделирования, в том числе, в среде интерактивных систем типа Scilab (Matlab и Mathcad) и использования этих методов при решении экономических и оптимизационных задач</p>		
			<p>Базовый уровень</p>	<p>Хорошо владеет способами определения ожидаемых результатов решения задач</p>		
				<p>Продвину- тый уро- вень</p>	<p>Свободно владеет способами определения ожидаемых результатов решения задач</p>	

РАЗДЕЛ 2. Задания, необходимые для оценки планируемых результатов обучения по дисциплине

Для проверки сформированности компетенции

ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности:

ИОПК -1.1. Демонстрирует естественно-научные и общетехнические знания для исследования информационных систем и их компонентов

Блок А. Задания репродуктивного уровня («знать»)

А.1 Вопросы для устного опроса

- Принципы системного подхода к принятию решений в экономике.
- Определение операции.
- Понятие эффективности операции.
- Критерий эффективности операции.
- Классы моделей исследования операций.

Блок В. Задания реконструктивного уровня («уметь»)

В1. – вопросы к письменной контрольной работе

1. Системный подход к проблеме принятия решений.
2. Системный анализ и математическое моделирование. Решение проблемы как система.
3. Формализация проблем управления в экономике.
4. Оптимизация и принятие решений.
5. Задача исследования операций.

Блок С. Задания практико-ориентированного уровня для диагностирования сформированности компетенций

С1. Лабораторные работы

Лабораторная работа № 6

Транспортная задача линейного программирования.

1. Цель: освоение распределительного метода оптимизации перевозок.

Задача: найти оптимальный план перевозок.

2. Литература:

1. Исследование операций в экономике: учебник для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 438 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-

9922-8. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449715> (дата обращения: 20.04.2020).

2. Невежин В.П., Кружилов С.И. Сборник задач по курсу «Экономико-математическое моделирование». М.: «Городец», 2005.
3. https://www.youtube.com/watch?v=1jBa_2IYDNY - решение транспортной задачи методом потенциалов
4. <https://www.youtube.com/watch?v=4AinFDRwOGU> – решение транспортной задачи в Excel
5. Магомедов К.А. Презентация «Транспортная задача».

3. Подготовка к работе:

- 3.1. Изучить литературу и источники [1-4] и конспект лекции по теме.
- 3.2. Изучить задание к выполнению лабораторной работы.
- 3.3. Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения.

4. Оборудование: Персональный компьютер, программа MS Excel.

5. Задание [2]:

Студенту нужно в соответствии с вариантом выбрать и решить задачу, содержание которой изложено ниже. Номер варианта студента совпадает с его номером в группе в ЭИОС университета.

Необходимо:

- 5.1. Используя словесное описание задачи, изложенной ниже составить математическую модель транспортной задачи линейного программирования: записать целевую функцию и систему уравнений, порождаемую системой ограничений.
- 5.2. Используя метод наименьшей стоимости получить первый опорный план и убедиться в его невырожденности.
- 5.3. Вычислить значение целевой функции для первого опорного плана.
- 5.4. Методом потенциалов проверить опорный план на оптимальность.
- 5.5. При необходимости осуществить улучшение плана в соответствии с правилом «замкнутого маршрута».
- 5.6. Ввести исходные данные в шаблон Excel в файле «Шаблон транспортной задачи».
- 5.7. Открыть команду «Поиск решения», ввести адреса ячеек целевой функции и искомых переменных. Ввести ограничения. Получить решение задачи. Сравнить полученное решение с первым опорным планом, полученным в п.2.

Замечания.

1. Последовательность выполнения задания методом потенциалов подробно изложена в видеофайле [3] «Решение транспортной задачи методом потенциалов» и презентации [5] «Транспортная задача».

2. Последовательность выполнения задания в MS Excel подробно изложена в видеофайле [4] «Решение транспортной задачи в MS Excel».

Отчет должен содержать:

- задание;
- описание математической модели задачи;
- результаты решения задачи.

Результаты решения задачи необходимо представить в виде таблицы, в которой указать из каких пунктов отправления и каком количестве доставлен груз каждому потребителю, а также стоимость перевозки и общие расходы на перевозку всех грузов всем потребителям.

Вариант 1. Три завода выпускают станки, которые отправляются четырем потребителям. Первый завод поставляет 60 станков, второй — 70 станков, третий — 20 станков. Станки следует поставить потребителям следующим образом: первому — 40 шт., второму — 30, третьему — 30, четвертому — 50 шт. Стоимость перевозки одного станка от поставщика до потребителя указана в следующей таблице (в ден. ед.).

Заводы	Потребители			
	1	2	3	4
I	2	4	5	1
II	2	3	9	4
III	3	4	2	5

Составьте оптимальный план доставки станков.

Вариант 2. Для строительства 3-х участков дорожной магистрали необходимо завозить песок. Песок может быть поставлен из 4-х карьеров. Перевозка песка из карьеров до участков осуществляется грузовиками одинаковой грузоподъемности. Расстояние в километрах от карьеров до участков, наличие песка в карьерах и потребность песка на участках дороги приведены в следующей таблице.

Песчаные карьеры	Участки дороги				Наличие песка, тыс. т
	I	II	III	IV	
I	1	8	2	3	30
II	4	7	5	1	50
III	5	3	4	4	20

Песчаные карьеры	Участки дороги				Наличие песка, тыс. т
	I	II	III	IV	
Потребность в песке, тыс. т	15	15	40	30	

Составьте план перевозок, минимизирующий общий проб грузовиков.

Всего 19 вариантов.

Блок Д. Задания для использования в рамках промежуточной аттестации

Д1. Перечень экзаменационных вопросов

1. Классификация экономических моделей. Структуризация методов моделирования систем.
2. Типы данных и проблема измерений в экономическом моделировании.
3. Задача исследования операций. Классы моделей исследования операций.

Д2. Задачи

Задача. В 3 пунктах отправления (A_1, A_2, A_3) сосредоточено определенное количество единиц некоторого однородного груза a_1, a_2, a_3 . Известно также, что данный груз потребляется в 5 пунктах назначения (B_1, B_2, B_3, B_4, B_5) с объемом потребления b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 . Известна матрица стоимостей доставки $C=(c_{ij})$, где c_{ij} – расходы на перевозку единицы груза из пункта A_i в пункт B_j . Номер варианта назовет преподаватель.

Необходимо:

1. Используя словесное описание задачи, изложенной ниже составить математическую модель транспортной задачи линейного программирования: записать целевую функцию и систему уравнений, порождаемую системой ограничений.
2. Используя метод наименьшей стоимости получить первый опорный план и убедиться в его невырожденности.
3. Вычислить значение целевой функции для первого опорного плана.

Дополнительная информация приведена в таблице.

Потребности (B) → Ресурсы (A) ↓	Стоимость доставки груза из пункта i в пункт j, тыс. руб., C_{ij}					Количество груза в пунктах отправления a_i , т
	1-й потребитель	2-й потребитель	3-й потребитель	4-й потребитель	5-й потребитель	

	груза	груза	груза	груза	груза	
1-й пункт отправления груза	8	10	8	5	5	60
2-й пункт отправления груза	9	17	19	21	19	50
3-й пункт отправления груза	4	5	5	2	1	30
Требуется потребителям b_j , т	30	20	50	30	10	140/140

ИОПК -1.4. Владеет методами математического моделирования операций, методами решения основных типов задач исследования операций для решения стандартных задач в профессиональной деятельности

Блок А. Задания репродуктивного уровня («знать»)

А.1 Вопросы для обсуждения

Возможности использования цифровых инструментов при решении профессиональных задач (Scilab, Matlab и Mathcad).

- Система (Scilab, Matlab). Командное окно. Инструментальная панель.
- Система (Scilab, Matlab). Редактор/отладчик М-файлов.
- Система (Scilab, Matlab). Типы данных.
- Операторы системы (Scilab, Matlab).
- Система (Scilab, Matlab). Встроенные функции.
- Особенности системы Mathcad.

Анализ необходимых и достаточных условий безусловного экстремума функции.

- Квадратичные функции. Критерии определенности квадратичной функции (Критерий Сильвестра).
- Градиент и матрица Гессе квадратичной функции.
- Необходимые и достаточные условия существования экстремума -скалярный случай.

Численные методы решения экстремальных задач без ограничений. Метод градиентного спуска (подъема). Метод Ньютона.

- Классификация методов решения задач безусловной минимизации.
- Сравнительная характеристика градиентного метода с постоянным шагом и наискорейшего спуска.
- Описание алгоритма метода наискорейшего спуска.
- Выбор шага и направления в градиентных методах.
- Метод Ньютона.

- Модифицированный метод Ньютона.

Метод множителей Лагранжа поиска экстремума целевой функции при ограничениях в виде равенств.

- Формализация задачи нелинейного программирования с ограничениями в виде равенств.
- Метод замены переменных решения задачи нелинейного программирования с ограничениями в виде равенств.
- Метод множителей Лагранжа решения задачи нелинейного программирования с ограничениями в виде равенств.

Блок В. Задания реконструктивного уровня («уметь»)

В1. – вопросы к письменной контрольной работе

1. Необходимые и достаточные условия существования экстремумов функции n переменных.
2. Градиентный метод решения задач без ограничений.
3. Метод Ньютона поиска стационарных точек функции.
4. Основные понятия математического программирования.
5. Классификация задач математического программирования.
6. Постановка классической задачи математического программирования.
7. Метод множителей Лагранжа.
8. Признаки условного локального экстремума.
9. Необходимое условие первого порядка.
10. Условие Якоби.
11. Условия второго порядка.
12. Стандартный и унифицированный виды задачи на максимум (экстремум).
13. Необходимые признаки локального максимума (экстремума).

Блок С. Задания практико-ориентированного уровня для диагностирования сформированности компетенций («владеть»)

С1. Лабораторные работы.

Лабораторная работа № 1

Метод градиентного спуска

1. Цель: освоение численных методов первого порядка поиска безусловного экстремума функции.

Задача: определить точки локальных и глобальных экстремумов функции методом градиентного спуска с постоянным шагом.

2. Литература.

1. Исследование операций в экономике: учебник для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 438 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9922-8. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449715> (дата обращения: 20.04.2020).
2. Методы оптимизации. Задачник: учебное пособие для вузов / В. В. Токарев, А. В. Соколов, Л. Г. Егорова, П. А. Мышкис. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 292 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10417-2. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/456290>
3. Интерактивные системы Scilab, Matlab, Mathcad: учебное пособие / И. Е. Плещинская, А. Н. Титов, Е. Р. Бадертдинова, С. И. Дуев; Министерство образования и науки России, Казанский национальный исследовательский технологический университет. — Казань: Казанский научно-исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2014. — 195 с. : табл., ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428781> (дата обращения: 11.09.2021). — Библиогр. в кн. — ISBN 978-5-7882-1715-4. — Текст: электронный.
4. <https://www.youtube.com/watch?v=YWr3S1IqnlQ> градиентный спуск.
5. Магомедов К.А. Презентация «Градиентные методы решения экстремальных задач без ограничений».

3. Подготовка к работе.

- 3.1. Изучить литературу и источники[1-3] и конспект лекции по теме.
- 3.2. Изучить задание к выполнению лабораторной работы.
- 3.3. Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения.

4. Оборудование: персональный компьютер, программы MS Excel, Scilab.

5. Задание.

Задача. Найти безусловный экстремум функции, выбранной из табл. 1 в соответствии с вариантом, используя метод градиентного спуска с постоянным шагом. При решении задачи задать ошибку $\varepsilon=0.1$ и предельное число итераций $M=3$. Номер варианта совпадает с порядковым номером студента в группе в в ЭИОС университета.

Необходимо:

- 5.1. проверить необходимые условия существования экстремума функции для чего составить систему уравнений её частных производных по всем переменным и приравнять их к нулю;
- 5.2. решить полученную систему уравнений и найти все точки подозрительные на экстремум;
- 5.3. составить матрицу Гессе исследуемой функции;

- 5.4. для всех точек подозрительных на экстремум проверить достаточные условия локального экстремума, проанализировав знакоопределенность матрицы Гессе и определить характер экстремума (max или min);
- 5.5. методом наискорейшего спуска сделать 3 итерации и зафиксировать результат (координаты точки экстремума);
- 5.6. решить задачу в системе Scilab с использованием функции $[f, \text{хорт}] = \text{optim}(\text{cost}, x_0)$.

Замечания.

1. Решение типового примера приведено в презентации «Градиентные методы решения экстремальных задач без ограничений» [5] и в файле «Пример: метод градиентного спуска».
2. Решение простого примера также описано в видеофайле [3] «Градиентный спуск».
3. Примеры решения приведены также в папке «Примеры решения в Scilab».

Отчет должен содержать:

- задание;
- результаты проверки необходимых и достаточных условий экстремума функции;
- найденные в работе координаты и характер всех стационарных точек исследуемой функции;
- сравнение результатов аналитического и численного решения.

Варианты заданий:

Таблица 1

№ вар	Функция	Начальная точка X^0
1.	$f(X) = 2x_1 + 8x_2 - x_1^2 - 2x_2^2$	$X^0 = (0, 0)$
2.	$f(X) = x_1 + 6x_2 - x_1^2 - x_1x_2 - x_2^2$	$X^0 = (0, 0)$
3.	$f(X) = 9x_1(x_1 - 10) + 16x_2(x_2 - 8)$	$X^0 = (1, 0)$
4.	$f(X) = 2x_1^2 - 12x_1 + x_2^2$	$X^0 = (5, 3)$
5.	$f(X) = 2x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$	$X^0 = (2, 2)$
6.	$f(X) = 4x_1 - 8x_2 - 2x_1^2 - 2x_2^2$	$X^0 = (5, 10)$
7.	$f(X) = 8x_1 + 32x_2 - 2x_1^2 - 4x_2^2$	$X^0 = (6, 6)$
8.	$f(X) = 2x_1 - x_1^2 - x_2^2$	$X^0 = (3, 2)$
9.	$f(X) = 4x_1 + 2x_2 - x_1^2 - x_2^2 + 5$	$X^0 = (4, 5)$
10.	$f(X) = 10x_1 - 16x_2 - x_1^2 - x_2^2$	$X^0 = (1, 2)$
11.	$f(X) = x_1^2 + 4x_2^2 - 1$	$X^0 = (1, 1)$

12.	$f(X) = 2x_1^2 + x_2^2 - 12x_1$	$X^0 = (5, 3)$
13.	$f(X) = 2x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$	$X^0 = (2, 2)$
14.	$f(X) = 2x_1 + x_1^2 + 2x_2^2$	$X^0 = (5, 10)$
15.	$f(X) = 4x_1 - 2x_2 - x_1^2 - x_2^2 + 1$	$X^0 = (4, 5)$
16.	$f(X) = 2x_1 + 8x_2 - x_1^2 - 2x_2^2$	$X^0 = (0, 0)$
17.	$f(X) = 3x_1 + 6x_2 - x_1^2 - x_1x_2 - x_2^2$	$X^0 = (0, 0)$
18.	$f(X) = 9x_1^2 - 90x_1 + 16x_2^2 - 128x_2$	$X^0 = (1, 0)$
19.	$f(X) = 2x_1^2 - 12x_1 + x_2^2$	$X^0 = (5, 3)$
20.	$f(X) = 2x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$	$X^0 = (2, 2)$
21.	$f(X) = 4x_1 - 8x_2 - 2x_1^2 - 2x_2^2$	$X^0 = (5, 10)$
22.	$f(X) = 8x_1 + 32x_2 - 2x_1^2 - 4x_2^2$	$X^0 = (6, 6)$
23.	$f(X) = x_1(2 - x_1) - x_2^2$	$X^0 = (3, 2)$
24.	$f(X) = x_1(2x_1 - x_2) + x_2^2$	$X^0 = (2, 2)$

Лабораторная работа №2

Метод множителей Лагранжа

3. Цель: освоение методов решения классической задачи математического программирования.

Задача: решение классической задачи математического программирования методом множителей Лагранжа.

4. Литература.

1. Исследование операций в экономике: учебник для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 438 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9922-8. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449715> (дата обращения: 20.04.2020).
2. Методы оптимизации. Задачник: учебное пособие для вузов / В. В. Токарев, А. В. Соколов, Л. Г. Егорова, П. А. Мышкис. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 292 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10417-2. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/456290>
3. <https://www.youtube.com/watch?v=ovhn2BdD7Mw> метод множителей Лагранжа.
4. Магомедов К.А. Презентация «Нелинейное программирование».
5. Онлайн сервис <https://math.semestr.ru/>.

3. Подготовка к работе.

- 3.1. Изучить литературу и источники [1-3] и конспект лекции по теме.
- 3.2. Изучить задание к выполнению лабораторной работы.
- 3.3. Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения.

4. **Оборудование:** персональный компьютер, программа MS Excel.

5. Задание.

Задача. Найти экстремум функции методом множителей Лагранжа. Функцию и ограничения выбрать из табл. 1 в соответствии с вариантом. Номер варианта совпадает с номером студента в группе в ЭИОС университета.

Необходимо:

- 5.1. проверить условие регулярности области допустимых решений (условие Якоби);
- 5.2. составить вспомогательную функцию Лагранжа;
- 5.3. для проверки необходимых условий экстремума составить систему уравнений частных производных функции Лагранжа по всем переменным;
- 5.4. решить полученную систему уравнений и найти все точки подозрительные на экстремум;
- 5.5. построить окаймленную матрицу Гессе;
- 5.6. для всех точек подозрительных на экстремум проверить достаточные условия локального экстремума, проанализировав знакоопределенность окаймленной матрицы Гессе;
- 5.7. для исследованной математической модели сформулировать конкретную задачу с экономическим содержанием и дать интерпретацию полученных результатов (координат экстремальных точек целевой функции и ее значений в этих точках);
- 5.8. решить задачу используя надстройку MS Excel «Поиск решения нелинейных задач методом ОПГ» (обобщенного приведенного градиента).

Замечания.

1. Описание метода изложено в видеофайле [3] «Метод множителей Лагранжа».

2. Решение типового примера изложено:

- в приложении 1,
- в презентации «Нелинейное программирование» [4] и в файле «Пример: метод Лагранжа онлайн», полученного с помощью онлайн сервиса [5] <https://math.semestr.ru/>.

3. Методические рекомендации для решения задачи с использованием MS Excel приведены в приложении 2. Пример выполнения задания в MS Excel приведен в файле «Пример выполнения задания 4».

Отчет должен содержать:

- задание;
- математическую модель задачи;
- функцию Лагранжа;

- результаты проверки условия регулярности области допустимых решений и достаточных условий локального экстремума;
- результаты решения задачи с использованием табличного процессора MS Excel:
 - координаты стационарных точек целевой функции с указанием их характера (max или min),
 - значения функции в этих точках;
- сравнение результатов аналитического и численного решений;
- формулировку практической задачи и экономическую интерпретацию полученных результатов (координат экстремальных точек целевой функции и ее значений в этих точках).

Таблица 1.

Вариант	Целевая функция $f(x_1, x_2)=$	Ограничения $g_i(x_1, x_2)=$
1.	$x_1^2 + 1,1x_2^2$	$x_1+x_2=3, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
2.	$5x_1^2+3x_2^2$	$2x_1+x_2=4, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
3.	$(x_1-3)^2+(x_2-5)^2$	$-2x_1+x_2=5, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
4.	$4x_1^2+10x_2^2+5x_1$	$x_1+x_2=8, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
5.	$4x_1^2+10x_2^2$	$x_1+x_2=6, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
6.	$(x_1+2)^2+(x_2-3)^2$	$2x_1+2x_2=14, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
7.	$5x_1+2x_1^2+4x_2^2$	$x_1+x_2=10, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
8.	$4x_1^2+4x_2^2$	$x_1+x_2=2, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
9.	$5x_1^2+3x_2^2$	$2x_1+x_2=4, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
10.	$x_1^2+x_2^2+5x_1$	$x_1+x_2=20, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
11.	$5x_1^2+3x_2^2+4x_2$	$2x_1+x_2=4, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
12.	$(x_1-3)^2+(x_2-5)^2+ x_1+ x_2$	$2x_1+x_2=8, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
13.	$4x_1^2+10x_2^2+5x_1-x_2$	$x_1+x_2=4, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
14.	$4x_1^2+10x_2^2-x_1$	$x_1+x_2=3, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
15.	$(x_1+2)^2+(x_2-3)^2-x_1-x_2$	$2x_1+2x_2=18, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
16.	$4x_1^2+10x_2^2+5x_1$	$x_1+x_2=8, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
17.	$4x_1^2+10x_2^2$	$x_1+x_2=6, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
18.	$(x_1+2)^2+(x_2-3)^2$	$2x_1+2x_2=14, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
19.	$5x_1+2x_1^2+4x_2^2$	$x_1+x_2=10, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
20.	$4x_1^2+4x_2^2$	$x_1+x_2=6, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

21.	$x_1^2 + x_2^2 + 5x_1$	$x_1 + x_2 = 10, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
22.	$(x_1 - 3)^2 + (x_2 - 5)^2 + x_1 + x_2$	$2x_1 + x_2 = 3, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
23.	$4x_1^2 + 10x_2^2 + 5x_1 - x_2$	$x_1 + x_2 = 5, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
24.	$4x_1^2 + 10x_2^2 - x_1$	$x_1 + x_2 = 4, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

Блок Д. Задания для использования в рамках промежуточной аттестации

Д1. Перечень экзаменационных вопросов

1. Градиентные методы поиска точек безусловного экстремума функции.
2. Метод Ньютона поиска стационарных точек функции нескольких переменных.
3. Метод множителей Лагранжа.
4. Необходимые условия локального экстремума. Условие Якоби.
5. Достаточные условия локального экстремума.
6. Стандартный и унифицированный виды задачи на экстремум.

Д2. Задачи

Задача 1.

Исследовать необходимые условия экстремума функции

$$f(X) = 10x_1 - 16x_2 - x_1^2 - x_2^2$$

и найти ее стационарные точки. Проверить выполнение достаточных условий экстремума функции во всех стационарных точках

Задача 2.

Найти безусловный экстремум функции

$$f(X) = 2x_1^2 - 12x_1 + x_2^2$$

используя метод Ньютона. При решении задачи задать ошибку $\epsilon = 0.1$ и предельное число итераций $M = 3$. Начальное приближение $X^0 = (5, 3)$.

Задача 3.

Найти безусловный экстремум функции

$$f(X) = 2x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$$

используя метод градиентного спуска с постоянным шагом. При решении задачи задать ошибку $\epsilon = 0.1$ и предельное число итераций $M = 3$. Начальное приближение $X^0 = (2, 2)$.

ИОПК -1.5. Использует метод замены при исследовании изучаемого предмета или явления специальной моделью, воспроизводящей существенные характеристики оригинала, с использованием современного программного и информационное обеспечение процессов моделирования.

Блок А. Задания репродуктивного уровня («знать»)

А.1 Вопросы для обсуждения

Методы поиска экстремума целевой функции при ограничениях в виде неравенств с учетом условий Куна-Таккера.

- Проблема решения задачи нелинейного программирования с ограничениями общего вида.
- Условия Куна-Таккера для задачи нелинейного программирования с ограничениями общего вида.
- Теорема Куна-Таккера для задачи квадратичного программирования.
- Формализация модели задачи квадратичного программирования.

Численное решение задач нелинейного программирования с ограничениями в виде неравенств.

- Метод проекции градиента.
- Метод штрафных функций.

Графическое решение задачи линейного программирования. Исследование задачи линейного программирования на чувствительность графическим способом.

- Построение на графике области допустимых решений.
- Сущность графического метода решения задач линейного программирования.
- Область допустимых решений и оптимальное решение.
- Стандартная форма записи задач линейного программирования.
- Приведение задачи линейного программирования к стандартной форме.

Блок В. Задания реконструктивного уровня («уметь»)

В1. – вопросы к письменной контрольной работе

- Условия Куна-Таккера в градиентной форме.
- Условия Куна-Таккера в алгебраической форме.
- О достаточных условиях максимума (экстремума).
- Выпуклые множества. Выпуклые и вогнутые функции.
- Условия регулярности Слейтера.
- Необходимые условия оптимальности.
- Условия Куна-Таккера в градиентной форме;
- Необходимые условия максимума, когда целевая функция не вогнута.
- Достаточные условия оптимальности.
- Седловая точка функции Лагранжа;
- Теорема Куна-Таккера о седловой точке.
- Общая постановка двойственных задач нелинейного программирования.
- Экономическая интерпретация двойственных задач.

- Общий порядок решения задач нелинейного программирования.
- Общая характеристика численных методов решения задач нелинейного программирования с ограничениями.
- Метод проекции градиента.
- Метод штрафных функций.
- Классификация задач линейного программирования.
- Графический метод решения задач линейного программирования.
- Формы представления задач линейного программирования.
- Структура допустимого множества и типы решений.
- Графические методы анализа модели на устойчивость.
- Основные теоремы линейного программирования.

Блок С. Задания практико-ориентированного уровня для диагностирования сформированности компетенций

С1. Лабораторные работы

Лабораторная работа №3

Условия Куна-Таккера

1. **Цель:** освоение методов поиска экстремумов целевых функций в задачах нелинейного программирования.

Задача: определить точки локальных и глобальных экстремумов функции нескольких переменных при наличии ограничений типа неравенств.

2. Литература.

1. Соколов А.В., Токарев В.В. Методы оптимальных решений. В 2 т. Т.1. Общие положения. Математическое программирование. - 2-е изд. ипр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. – 564 с.
2. Исследование операций в экономике: учебник для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 438 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9922-8. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449715> (дата обращения: 20.04.2020).
3. Методы оптимизации. Задачник: учебное пособие для вузов / В. В. Токарев, А. В. Соколов, Л. Г. Егорова, П. А. Мышкис. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 292 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10417-2. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/456290>
4. Магомедов К.А. Презентация «Условия Куна-Таккера».
5. Магомедов К.А. Презентация «Задачи выпуклого программирования».

3. Подготовка к работе.

- 3.1. Изучить литературу [1-3] и конспекты лекций по теме.
- 3.2. Изучить задание к выполнению лабораторной работы.
- 3.3. Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения.

4. **Оборудование:** персональный компьютер, программа MS Excel.

5. Задание [1].

Варианты заданий приведены в табл. 1 [3].

Необходимо:

- 5.1. привести задачу к стандартному и унифицированному видам;
- 5.2. изобразить допустимое множество и линии уровня целевой функции; определить, выполняются ли условия теоремы Вейерштрасса о существовании решения;
- 5.3. определить, является ли данная задача выпуклой (задачей выпуклого программирования); для выпуклых задач проанализировать выполнение условия Слейтера;
- 5.4. вычислить и изобразить на рисунке направления градиентов целевой функции и функций, описывающих активные ограничения в угловых точках;
- 5.5. в точках, где выполняется условие Куна-Таккера, разложить градиент целевой функции по градиентам функций, задающих активные ограничения, найти коэффициенты разложения λ ;
- 5.6. определить точки, в которых имеет место локальный и глобальный максимумы.

Замечание. Решение типового примера приведено в презентации «Условия Куна-Таккера» [4].

Отчет должен содержать:

- задание;
- математическую модель задачи (стандартный и унифицированный виды);
- графическое изображение допустимого множества и линий уровня целевой функции;
- координаты стационарных точек, в которых выполняются условия Куна-Таккера;
- координаты точек, в которых имеет место локальный и глобальный максимумы.

Таблица 1.

<p>Варианты 1, 2, 3</p> $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \max: \\ x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$	<p>Варианты 4, 5, 6</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 \rightarrow \max: \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$	<p>Варианты 7,8, 9</p> $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \Rightarrow \max: \\ -x_1^2 - x_2^2 \geq -1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$
<p>Варианты 10, 11, 12</p> $\begin{cases} -(x_1 - 1)^2 - (x_2 - 1)^2 \Rightarrow \max: \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$	<p>Варианты 13, 14, 15</p> $\begin{cases} -(x_1 + 2)^2 - (x_2 - 2)^2 \Rightarrow \max: \\ x_1 + 2x_2 \leq 2, \\ -2x_1 - x_2 \geq -2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$	<p>Варианты 16, 17, 18</p> $\begin{cases} x_1^2 + x_2 \Rightarrow \max: \\ x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ 3x_1 + x_2 \leq 9, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$

Лабораторная работа №4.

Метод проекции градиента

- Цель:** освоение численных методов решения задач нелинейного программирования с использованием программных средств.

Задача: оптимизация выпуска продукции при нелинейной зависимости издержек от объема производства методами проекции градиента и обобщенного приведенного градиента.

2. Литература.

- Соколов А.В., Токарев В.В. Методы оптимальных решений. В 2 т. Т.1. Общие положения. Математическое программирование. - 2-е изд. ипр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. – 564 с.
- Исследование операций в экономике: учебник для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 438 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9922-8. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449715> (дата обращения: 20.04.2020).
- Методы оптимизации. Задачник: учебное пособие для вузов / В. В. Токарев, А. В. Соколов, Л. Г. Егорова, П. А. Мышкис. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 292 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10417-2. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/456290>
- <https://mypresentation.ru/presentation/metod-proekcii-gradienta>
- Магомедов К.А. Презентация «Численные методы оптимизации».

3. Подготовка к работе.

- Изучить источники [1-4] и конспект лекции по теме.
- Изучить задание к выполнению лабораторной работы.
- Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения.

4. **Оборудование:** персональный компьютер, программа MS Excel.

5. Задание.

Задача. В цеху производятся 2 вида продукции П1 и П2. Издержки производства квадратично зависят от количества произведенной продукции и определяются соотношениями $(x_1 - (6+n))^2$ для продукции П1 и $(x_2 - (2+n/4))^2$ для продукции П2, где x_1 и x_2 планы выпуска продукции соответственно П1 и П2. Станочный парк цеха позволяет производить суммарно не более $5+n$ единиц продукции. Необходимо рассчитать при каком количестве произведенной продукции П1 и П2 обеспечиваются минимальные издержки? n – номер варианта студента. Номер варианта совпадает с порядковым номером студента в группе в ЭИОС университета.

Необходимо:

- 5.1. используя словесное описание задачи, изложенной выше, составить математическую модель нелинейного программирования: записать целевую функцию и систему уравнений, порождаемую системой ограничений-неравенств и привести ее к унифицированному виду;
- 5.2. изобразить графически допустимое множество и линии уровня целевой функции;
- 5.3. определить, выполняются ли условия теоремы Вейерштрасса о существовании решения;
- 5.4. задать начальную точку $x^0=(1,n)$ и ошибку $\varepsilon=0,1$ и найти приближенное к оптимальному решение задачи (оптимальный план производства продукции), для чего провести две итерации методом проекции градиента;
- 5.5. Найти оптимальный план производства продукции с помощью онлайн сервиса <https://math.semestr.ru/optim/gradient-projection.php>
- 5.6. проанализировать ход решения и результат; проиллюстрировать графически процесс решения задачи методом проекции градиента.
- 5.7. Найти оптимальный план производства продукции с использованием надстройки MS Excel «Поиск решение нелинейных задач методом ОПГ (обобщенного приведенного градиента).

Замечания.

1. Решение типового примера без использования программных средств приведено в приложении 1 и в презентации «Численные методы нелинейного программирования» [5].

2. Методические рекомендации для решения задачи с использованием MS Excel приведены в приложении 2.

Отчет должен содержать:

- задание;
- математическую модель задачи, приведенную к унифицированному виду;
- графическую иллюстрацию формы допустимого множества и линий уровня целевой функции;

- результаты проверки выполнения условий существования решения;
- результат одной итерации, выполненной методом проекции градиента без использования специализированных программных средств;
- оптимальный план производства продукции, найденный с помощью сервиса <https://math.semestr.ru/optim/gradient-projection.php>;

графическую иллюстрацию решения задачи.

Лабораторная работа № 5.1 [3]

Графическое решение задачи линейного программирования.

1. Цель: освоение графического метода оптимизации.

Задача: найти оптимальный план задачи линейного программирования графическим методом и исследовать его на чувствительность.

2. Литература:

1. Исследование операций в экономике: учебник для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 438 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9922-8. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449715> (дата обращения: 20.04.2020).
2. Методы оптимизации. Задачник: учебное пособие для вузов / В. В. Токарев, А. В. Соколов, Л. Г. Егорова, П. А. Мышкис. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 292 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10417-2. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/456290>
3. Линейное программирование: учебное пособие / А. И. Новиков, М. Е. Ильин, Т. В. Довжик, Н. В. Ёлкина. — Рязань: РГРТУ, 2005. — 100 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/167947> (дата обращения: 02.04.2023). — Режим доступа: для авторизованных пользователей.
4. Видеофайл «Графическое решение ЗЛП» <https://www.youtube.com/watch?v=FCMjnTuxKGA>
5. Магомедов К.А. Презентация «Прямая задача линейного программирования».

3. Подготовка к работе:

- 3.1. Изучить литературу и источники [1-5] и конспект лекции по теме.
- 3.2. Изучить задание к выполнению лабораторной работы.
- 3.3. Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения.

4. Оборудование: Персональный компьютер.

5. Задание [3]:

Номер варианта студента совпадает с его порядковым номером в группе в ЭИОС университета.

В следующей математической модели задачи линейного программирования требуется:

- 5.1. записать условие задачи в стандартной форме;
- 5.2. указать смысл всех используемых обозначений и соотношений;
- 5.3. найти графическим методом с помощью карандаша и линейки или использованием он-лайн сервиса <https://math.semestr.ru/lp/index.php> оптимальный план.
- 5.4. По математической модели словесно сформулировать конкретную задачу с экономическим содержанием.
- 5.5. По заданию преподавателя провести исследование на чувствительность оптимального решения к вариациям одного из параметров задачи.

Замечания.

1. Методические рекомендации для выполнения задания в части графических построений приведены в видеофайле [4] «Графическое решение ЗЛП».

2. Методические рекомендации для выполнения задания в части исследования решения на чувствительность приведены в презентации «Задача линейного программирования» [5].

Отчет должен содержать:

- титульный лист;
- задание;
- описание математической модели задачи линейного программирования;
- графическое решение и анализ модели на чувствительность.

Лабораторная работа №5.2.

Прямая и двойственная задачи линейного программирования

1. **Цель:** освоение методов двойственной оценки ресурсов и расшивки «узких мест» производства».

Задача: решение прямой и двойственной задач линейного программирования с использованием Scilab и MS Excel.

2. Литература:

1. Исследование операций в экономике: учебник для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 438 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9922-8. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449715> (дата обращения: 20.04.2020).

2. «Невежин В.П., Кружилов С.И. Сборник задач по курсу «Экономико-математическое моделирование». М.: «Городец», 2005».
3. Интерактивные системы Scilab, Matlab, Mathcad : учебное пособие / И. Е. Плещинская, А. Н. Титов, Е. Р. Бадертдинова, С. И. Дуев. Министерство образования и науки России, Казанский национальный исследовательский технологический университет. – Казань: Казанский научно-исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2014. – 195 с.: табл., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428781> (дата обращения: 11.09.2021). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7882-1715-4. – Текст: электронный.
4. Методы оптимизации. Задачник: учебное пособие для вузов / В. В. Токарев, А. В. Соколов, Л. Г. Егорова, П. А. Мышкис. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 292 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10417-2. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/456290> (дата обращения: 24.04.2023).
5. <https://www.youtube.com/watch?v=FU-ZITw8eVU> задача линейного программирования в Excel.
6. <https://www.youtube.com/watch?v=9BBSHKzpk64> формулирование двойственной задачи.
7. <https://www.youtube.com/watch?v=8Y8jGwngb-c> отчет об устойчивости (двойственная задача).
8. <https://www.youtube.com/watch?v=Up7JLbC4qtw> отчет об устойчивости (прямая задача).
9. Магомедов К.А. Презентация «Двойственная задача линейного программирования».

3. Подготовка к работе:

- 3.1. Изучить литературу и источники [1-8] и конспект лекции по теме.
- 3.2. Изучить задание к выполнению лабораторной работы.
- 3.3. Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения.

4. Оборудование: Персональный компьютер, программы Scilab и MS Excel.

5. Задание [2]:

- 5.1. Используя словесное описание задачи, изложенной ниже составить математические модели прямой и двойственной задач линейного программирования: записать целевые функции и системы уравнений, порождаемых системами ограничений-неравенств.
- 5.2. Ввести исходные данные в шаблон Excel во вкладке «Прямая задача» в файле «Шаблон к заданию 9». Открыть команду «Поиск решения» и ввести необходимые данные. Получить решение прямой задачи.

- 5.3. Найти аналитическое решение двойственной задачи по известному решению прямой задачи пользуясь теоремой о дополняющей нежесткости.
- 5.4. Перейти на вкладку «Двойственная задача» и ввести исходные данные в шаблон Excel. Получить решение двойственной задачи и сравнить его с решением, полученным в п. 5.4.
- 5.5. Убедиться в правильности решения прямой и двойственной задач сравнением значений целевых функций в точке экстремума. Эти значения должны совпасть.
- 5.6. Сделать сопоставление переменных, ограничений и целевых функций прямой и двойственной задач линейного программирования.
- 5.7. По заданию преподавателя выполнить п.п. 5.2 - 5.4 в системе Scilab с использованием функции $[x, kl, f]=\text{linpro}(c,A,b[,ci,cs][,k][,x0])$. Описание функции приведено в [3] на стр. 147. Описание примера приведено в Приложении 1.

Замечания.

1. Последовательность выполнения задания подробно изложена в видеофайлах [5-8].
2. Решение типового примера в MS Excel приведено в презентации «Двойственная задача линейного программирования» [9], а также в файле «Пример выполнения задания 5.3».
3. Пример решения задачи в Scilab приведен в одноименном файле.

Отчет должен содержать:

- титульный лист;
- задание;
- описание математической модели задачи;
- найденный с помощью надстройки Excel «Поиск решения» оптимальный план;
- анализ отчетов, полученных с помощью табличного процессора Excel о результатах, пределах и устойчивости.
- сравнение результатов решения прямой и двойственной задач;
- таблицу сопоставления переменных, ограничений и целевых функций прямой и двойственной задач;
- оценку относительной стоимости используемых ресурсов, которые используются полностью и образуют "узкие места" производства.

Номер варианта студента равен его порядковому номеру в группе в ЭИОС университета.

Вариант 1. Сформируйте вариант изготовления бензина АИ-95 и АИ-92, который обеспечивает максимальный доход от продажи, если имеется 44 т смеси 1-го вида и 24 т смеси 2-го вида. На изготовление бензина АИ-95 идет 60% смеси 1-го вида и 40% смеси 2-го вида, на изготовление бензина АИ-92 идет 80% смеси 1-го вида и

20% смеси 2-го вида. Реализуется 1 т бензина АИ-95 за 44 тыс. руб., а 1 т АИ-92 – за 41 тыс. руб.

Вариант 2. Хлебозавод производит два типа торта “БИС” и “КВИТ”. Для производства 1 т “БИС” требуется 0,3 ч работы оборудования, а для “КВИТ” — 0,5 ч. Расход специального ингредиента на них составляет 0,4 и 0,1 т на 1т соответственно. Ежедневно в распоряжении завода 12 т специального ингредиента и 15 ч работы оборудования. Доход от продажи 1 т торт “БИС” составляет 20 тыс. руб., а “КВИТ” — 31 тыс. руб.

Определите ежедневный план производства тортов каждого вида, обеспечивающий максимальный доход от их продажи.

Всего 20 вариантов.

Блок Д. Задания для использования в рамках промежуточной аттестации

Д1. Перечень экзаменационных вопросов

1. Условия Куна-Таккера в градиентной форме.
2. Условия Куна-Таккера в алгебраической форме.
3. Условия регулярности Слейтера.
4. Необходимые и достаточные условия оптимальности в выпуклом программировании.
5. Седловая точка функции Лагранжа. Теорема Куна-Таккера о седловой точке.
6. Графическая иллюстрация метода проекции градиента.
7. Классификация задач линейного программирования.
8. Графический метод решения и анализа на устойчивость задач линейного программирования.

Для проверки сформированности компетенции

ОПК-6: Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования:

ИОПК-6.1. Применяет знания математического моделирования, используемого при расчете экономических и оптимизационных задач.

Блок А. Задания репродуктивного уровня («знать»)

А.1 Вопросы для обсуждения

Освоение симплекс-метода поиска условного экстремума целевой функции прямой и двойственной задач линейного программирования.

- Алгоритм симплексного преобразования таблицы ограничений.
- Свойства взаимно двойственных задач.

- Основное неравенство теории двойственности.
- Первая теорема двойственности и ее экономический смысл.
- Вторая теорема двойственности.
- Третья теорема двойственности.

Освоение методов решения транспортной задачи.

- Формализация экономико – математической модели транспортной задачи.
- Решение транспортной задачи симплексным методом.
- Суть метода наименьших стоимостей поиска начального базиса при решении транспортной задачи.
- Суть метода потенциалов.
- Открытая и закрытая модели транспортной задачи.

Особенности решения задач целочисленного программирования.

- Генетический алгоритм решения задачи о коммивояжере.
- Основные этапы работы генетического алгоритма.
- Операторы скрещивания и мутации.

Решение многокритериальных задач оптимизации экспертными методами.

- Многокритериальность и недоминируемые решения.
- Метод линейной свертки критериев.

Освоение методов бескритериальной формализации предпочтений и поиска минимального расстояния в пространстве ранжировок.

- Экспертная информация и меры близости.
- Поиск минимального расстояния в пространстве ранжировок. Медиана Кемени.

Блок В. Задания реконструктивного уровня («уметь»)

В1. – вопросы к письменной контрольной работе

1. Понятие симплекса.
2. Решение задач линейного программирования симплекс-методом.
3. допустимое базисное решение (опорное решение, опорный план);
4. преобразование матрицы СЛАУ по правилу прямоугольника;
5. поиск оптимального решения (плана).
6. Применение теории нелинейного программирования к задачам линейного программирования.
7. Теоремы двойственности.
8. Общие правила составления двойственной задачи.
9. Экономическая интерпретация двойственных задач (на примере).
10. Решение транспортной задачи методом потенциалов.

11. Часто встречающиеся экономические задачи транспортного типа.
12. Классификация экономических задач, формализуемых как задачи целочисленного программирования.
13. Методы целочисленного программирования.
14. Генетический алгоритм решения задачи коммивояжера.
15. Основные этапы работы генетического алгоритма.
16. Операторы скрещивания и мутации.
17. Многокритериальность и недоминируемые решения.
18. Экспертно оцениваемые критерии и их шкалы.
19. Выделение эффективных решений посредством однокритериальной оптимизации. Метод критериальных ограничений.
20. Метод линейной свертки критериев.
21. Экспертная информация и меры близости.
22. Упорядочение на ранжированиях;
23. Пространство упорядочений.
24. Поиск минимального расстояния в пространстве упорядочений (ранжировок). Медиана Кемени.

Блок С. Задания практико-ориентированного уровня для диагностирования сформированности компетенций («владеть»)

С1. Лабораторные работы.

Лабораторная работа №7.

Решение задачи о коммивояжере с помощью генетического алгоритма

1. **Цель:** освоение генетических алгоритмов при решении задач дискретной оптимизации.
Задача: найти замкнутый маршрут с минимальной длиной при объезде коммивояжером нескольких городов.
2. **Литература:**
 1. Гладков, Л. А. Генетические алгоритмы: учебник / Л. А. Гладков, В. В. Курейчик, В. М. Курейчик; под ред. В. М. Курейчик. – Москва: Физматлит, 2010. – 317 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68417> (дата обращения: 04.09.2021). – ISBN 978-5-9221-0510-1. – Текст: электронный.
 2. Магомедов К.А. Презентация «Тема 7 Генетические алгоритмы решения экономических задач».
 3. www.youtube.com/watch?v=-gh499Olv_A – Часть 1. Бионические алгоритмы.

4. <https://www.youtube.com/watch?v=ZZzGzMyC4A> - Часть 2. Генетический алгоритм решения задачи о коммивояжере.

3. Подготовка к работе:

- 3.1. Изучить литературу и источники [1-4] по теме.
- 3.2. Изучить задание к выполнению лабораторной работы.
- 3.3. Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения.

4. Оборудование: Персональный компьютер.

5. Задание:

Задача. Имеется 5 городов (рис. 1).

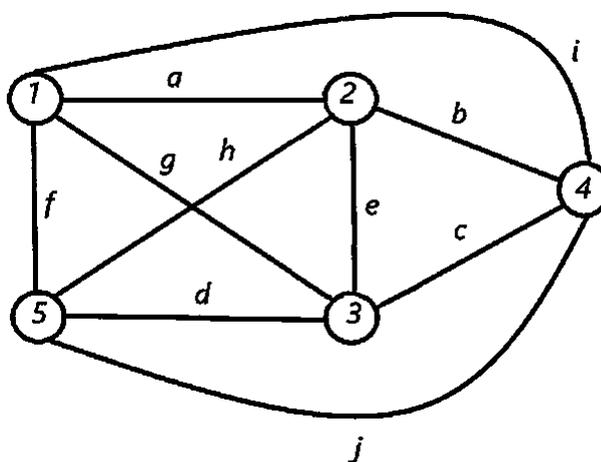


Рис. 1

Коммивояжер выезжает из какого-либо города и должен посетить все города, побывав в каждом только один раз и вернуться в исходный город. Ставится задача определить такую последовательность объезда городов, или маршрут, при которой суммарная длина маршрута была бы минимальной.

Буквами $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j$ обозначены расстояния между городами. Коммивояжер или переезжает из одного города в другой город или нет. Коммивояжер только один раз выезжает из каждого города и только один раз въезжает в этот город. Маршрут коммивояжера замкнут и отсутствуют подциклы (несвязанные между собой). Расстояния $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j$ выбрать из таблицы «Варианты». Номер варианта совпадает с номером студента в группе в ЭИОС университета.

Необходимо:

- 5.1. Составить матрицу 5×5 стоимостей в соответствии с рис.1. Данные в матрицу внести из таблицы «Варианты».

- 5.2. Отобрать особи в начальную популяцию для размножения. Начальная популяция одна и та же для всех вариантов. Коды хромосом начальной популяции приведены ниже. Начальная популяция имеет размер 4 и сформирована случайно на основе равномерного распределения.
- 5.3. Из начальной популяции сформировать случайные пары для размножения. Выбрать пары самостоятельно.
- 5.4. Генетический алгоритм представить в виде перестановки чисел от 1 до 5, отображающей последовательность посещения городов. Значение целевой функции вычислять в соответствии с матрицей стоимостей.
- 5.5. В качестве оператора скрещивания выбрать процедуру, похожую на двухточечный оператор скрещивания. Две точки разрыва выбираются случайно и равновероятно. В данном задании для всех вариантов выбрать первую точку разрыва между первым и вторым элементами перестановки, а вторую точку – между четвертым и пятым.
- 5.6. Оператор мутации представить как случайную перестановку двух соседних генов в одной хромосоме, также выбранных случайно по равномерному закону. Сделать одну перестановку в любой из четырех хромосом текущей популяции.
- 5.7. Провести 3-4 итерации процесса, каждый раз вычисляя значение целевой функции, и отсекая худшие популяции. Целевая функция (стоимость проезда) должна уменьшаться.
- 5.8. Найти решение задачи методом ветвей и границ с использованием сервиса <https://math.semestr.ru/kom/index.php> и сравнить результат с полученным в п. 5.7.

Рекомендации для решения задачи изложены в приложении 1 и в презентации [2] «Тема 7 Дискретная оптимизация».

Варианты

	a(1-2)	b(2-4)	c(3-4)	d(3-5)	e(2-3)	f(1-5)	g(1-3)	h(2-5)	i(1-4)	j(4-5)
1.	3	4	6	4	8	8	2	6	5	4
2.	8	6	8	9	9	9	5	4	2	4
3.	9	9	3	3	7	4	6	8	9	8
4.	7	2	7	6	8	7	6	6	9	4
5.	6	3	4	7	9	7	4	9	9	5

6.	6	8	5	5	5	6	8	9	6	6
7.	9	9	3	2	4	9	7	8	7	9
8.	3	7	6	8	8	8	8	8	3	7
9.	8	5	2	8	2	6	8	5	8	6
10.	4	8	3	3	5	3	9	7	3	9
11.	2	4	9	5	3	7	6	2	3	2
12.	4	2	3	9	8	7	8	6	2	5
13.	4	4	7	5	5	7	7	4	3	9
14.	6	6	3	7	7	7	6	2	2	3
15.	7	8	8	7	7	7	9	8	2	5
16.	6	3	6	2	8	6	5	7	4	2
17.	9	5	9	9	9	3	7	8	5	6
18.	8	3	5	8	3	3	9	9	7	3
19.	4	7	7	5	3	9	5	9	4	6
20.	5	3	5	8	2	4	2	8	6	4
21.	4	6	7	2	9	5	8	9	7	8
22.	2	5	2	3	5	6	3	7	9	7
23.	6	8	5	8	3	4	2	8	5	2
24.	5	7	9	8	4	9	5	6	4	4
25.	7	5	3	9	7	9	4	9	6	9
26.	2	7	3	9	8	9	8	7	7	6

Коды хромосом начальной популяции для всех вариантов.

3	5	4	2	1
5	1	2	4	3
5	1	3	4	2
4	3	1	2	5

Лабораторная работа № 8.1.

Многокритериальная оптимизация

1. **Цель:** освоение метода поиска Парето-оптимальных решений в многокритериальных задачах.

Задача: выбрать фирму для разработки программного обеспечения.

2. **Литература:**

1. Токарев, В. В. Методы оптимизации: учебное пособие для вузов / В. В. Токарев. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 440 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04712-7. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://utait.tu/bcode/454017>
2. Методы оптимизации. Задачник: учебное пособие для вузов / В. В. Токарев, А. В. Соколов, Л. Г. Егорова, П. А. Мышкис. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 292 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10417-2. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://utait.tu/bcode/456290>
3. Файл «Пример выполнения задания 1».
4. Магомедов К.А. Тема 8. (Презентация «Многокритериальная оптимизация»).

3. Подготовка к работе:

- 3.1. Изучить настоящее описание, литературу и источники [1-3] и конспект лекции по теме.
- 3.2. Изучить задание к выполнению лабораторной работы.
- 3.3. Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения.

4. Оборудование: Персональный компьютер.

5. Задание:

Задача. Фирма по разработке программного обеспечения должна выполнить проекты 1, 2 и 3 в соответствующей последовательности. Для выполнения каждого проекта можно привлечь одного исполнителя (А или В). Эффективность принятого решения характеризуется двумя критериями: Общая стоимость выполнения проектов:

$$P(X) = p_1(x_1) + p_2(x_2) + p_3(x_3),$$

где $p_i(x_i)$ - стоимость выполнения исполнителем i -го проекта, $x_i \in \{A, B\}$.

Общее время выполнения проектов:

$$T(X) = t_1(x_1) + t_2(x_2) + t_3(x_3),$$

где $t_i(x_i)$ - время выполнения исполнителем i -го проекта, $x_i \in \{A, B\}$.

Требуется определить множество Парето - множество недоминируемых решений.

Исходные данные приведены в табл. 1. Номер варианта совпадает с номером студента в группе в ЭИОС университета.

Замечание. В файле «Пример выполнения задания 8.1» приведена последовательность поэтапного выполнения задания.

Отчет должен содержать:

- задание;
- таблицу с вычисленными координатами допустимых решений задачи в пространстве: «стоимость проекта – время выполнения проекта»;
- график в координатах: «стоимость проекта – время выполнения проекта» с

нанесенными точками, координаты которых соответствуют всем допустимым решениям задачи с выделенными решениями оптимальными по Парето.

Таблица 1.

Вариант 1			Вариант 2		
	A	B		A	B
p1	13	15	p1	6	8
p2	8	12	p2	6	13
p3	2	3	p3	9	1
t1	15	2	t1	4	15
t2	11	13	t2	1	10
t3	2	13	t3	1	5

Всего 20 вариантов.

Лабораторная работа № 8.2

Интеллектуальные экспертные системы

1. **Цель:** поиск минимального расстояния в пространстве ранжировок при решении задач искусственного интеллекта.

Задача: найти медиану Кемени как итогового мнения комиссии из четырех экспертов в полном пространстве трех ранжировок.

2. Литература:

1. Системы поддержки принятия решений: учебник и практикум для вузов / В. Г. Халин [и др.]; под редакцией В. Г. Халина, Г. В. Черновой. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 494 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01419-8. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489344> (дата обращения: 21.04.2023).
2. Токарев В.В. Методы оптимальных решений. В 2 т. Т.2. Многокритериальность. Динамика. Неопределенность. — 2-е изд., испр. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 420 с.
3. Тихомиров Н.П., Тихомирова Т.Н., Урмаев О.С. Методы эконометрики и многомерного статистического анализа. -М.: Высшее образование, 2011 г.
4. Кемени Джон, Снелл Дж. Кибернетическое моделирование. Некоторые приложения. *Mathematical Models in the Social Science*. -М.: Советское радио, 1972.
5. Магомедов К.А. Презентация «Бескритериальная формализация предпочтений».

3. Подготовка к работе:

- 3.1. Изучить литературу [1-4] и конспект лекции по теме.

3.2. Изучить задание к выполнению лабораторной работы.

3.3. Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения.

4. Оборудование: Персональный компьютер, программа MS Excel.

5. Задание:

Четыре эксперта 1, 2, 3 и 4 дали ранжировки трех объектов а, б и с. Эти ранжировки для различных вариантов заданий приведены в табл. 1. Номер варианта совпадает с номером студента в группе в ЭИОС университета.

Таблица 1

№ варианта	Эксперт 1	Эксперт 2	Эксперт 3	Эксперт 4
1.	$a \succ b \sim c$	$a \succ b \sim c$	$c \succ a \sim b$	$b \succ c \sim a$
2.	$c \succ a \sim b$	$a \succ c \succ b$	$b \succ c \succ a$	$a \sim c \succ b$
3.	$b \succ a \sim c$	$a \succ b \sim c$	$a \sim c \succ b$	$a \sim b \sim c$
4.	$a \sim b \succ c$	$a \sim b \sim c$	$b \sim c \succ a$	$a \succ b \succ c$
5.	$c \succ a \succ b$	$b \succ c \succ a$	$a \sim c \succ b$	$c \succ a \succ b$
6.	$a \succ c \succ b$	$a \succ b \succ c$	$a \succ c \succ b$	$b \succ c \succ a$
7.	$a \sim c \succ b$	$b \sim c \succ a$	$a \succ b \sim c$	$a \sim b \sim c$
8.	$a \succ b \succ c$	$a \sim b \sim c$	$c \succ a \sim b$	$c \succ a \sim b$
9.	$a \succ b \sim c$	$b \sim c \succ a$	$a \sim b \sim c$	$a \sim b \sim c$
10.	$b \succ a \sim c$	$c \succ b \succ a$	$b \succ a \succ c$	$a \sim b \sim c$
11.	$a \sim b \succ c$	$c \succ a \sim b$	$a \succ b \sim c$	$a \sim c \succ b$
12.	$a \sim c \succ b$	$a \succ b \succ c$	$a \succ c \succ b$	$a \succ c \succ b$
13.	$b \succ a \sim c$	$c \succ b \succ a$	$c \succ b \succ a$	$b \succ c \succ a$
14.	$a \succ b \succ c$	$c \succ a \sim b$	$b \succ a \sim c$	$a \sim b \succ c$
15.	$c \succ a \sim b$	$c \succ a \sim b$	$a \sim c \succ b$	$b \succ c \succ a$
16.	$c \succ a \succ b$	$b \succ a \succ c$	$b \succ a \succ c$	$b \succ a \sim c$
17.	$b \succ a \sim c$	$c \succ a \succ b$	$a \succ c \succ b$	$c \succ a \succ b$
18.	$c \succ b \succ a$	$c \succ a \sim b$	$a \succ b \succ c$	$a \sim c \succ b$
19.	$c \succ a \sim b$	$a \succ b \succ c$	$a \sim b \sim c$	$a \sim b \sim c$
20.	$b \sim c \succ a$	$a \sim b \sim c$	$b \succ c \succ a$	$c \succ a \sim b$
21.	$b \succ a \sim c$	$a \succ b \succ c$	$c \succ a \succ b$	$b \succ c \succ a$
22.	$a \succ b \succ c$	$c \succ a \sim b$	$c \succ a \succ b$	$b \succ a \sim c$

23.	$b \succ c \succ a$	$a \succ b \sim c$	$b \succ a \succ c$	$c \succ b \succ a$
24.	$a \sim b \sim c$	$a \sim c \succ b$	$a \succ b \succ c$	$b \sim c \succ a$

Найти медианную и среднюю ранжировки четырех экспертов в полном пространстве трех ранжировок. Для этого необходимо вычислить сумму d^μ расстояний от каждого элемента пространства ранжировок до четырех экспертных мнений для нахождения медианы, сумму d^c квадратов - для средней ранжировки. Для вычислений воспользоваться матрицей расстояний Хемминга в пространстве ранжировок трех объектов, приведенной в Приложении 1.

Результаты вычислений свести в таблицу, из которой выбрать медианную ранжировку (ранжировки) и среднюю ранжировку.

	A ¹	A ²	A ³	A ⁴	A ⁵	A ⁶	A ⁷	A ⁸	A ⁹	A ¹⁰	A ¹¹	A ¹²	A ¹³
d^μ													
d^c													

Замечание. Решение типового примера описано в [2] и приведено в презентации [5] «Бескритериальная формализация предпочтений».

Отчет должен содержать:

- задание;
- описание последовательности выполненных операций;
- выводы об обобщенном (оптимальном) экспертном решении о предпочтительности выбранного объекта экспертизы.

Приложение 1.

Матрица расстояний в пространстве ранжировок трех объектов*

	A ¹	A ²	A ³	A ⁴	A ⁵	A ⁶	A ⁷	A ⁸	A ⁹	A ¹⁰	A ¹¹	A ¹²	A ¹³
A ¹	0	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3
A ²	2	0	4	4	2	2	4	1	3	1	3	5	5
A ³	2	4	0	4	2	4	2	3	1	3	5	1	3
A ⁴	2	4	4	0	4	2	2	5	5	3	1	3	1
A ⁵	2	2	2	4	0	4	4	1	1	3	5	3	5

A ⁶	2	2	4	2	4	0	4	3	5	1	1	5	3
A ⁷	2	4	2	2	4	4	0	5	3	5	3	1	1
A ⁸	3	1	3	5	1	3	5	0	2	2	4	4	6
A ⁹	3	3	1	5	1	5	3	2	0	4	6	2	4
A ¹⁰	3	1	3	3	3	1	5	2	4	0	2	6	4
A ¹¹	3	3	5	1	5	1	3	4	6	2	0	4	2
A ¹²	3	5	1	3	3	5	1	4	2	6	4	0	6
A ¹³	3	5	3	1	5	3	1	6	4	4	2	6	0

*матрица получена представлением всевозможных упорядочений трех объектов** а, b и c в виде матриц парных сравнений*** и вычислением расстояний Хемминга по формуле:

$$d(A^k, A^h) = 1/2(\sum abs(a^{k_{ij}} - a^{h_{ij}})),$$

где:

$a^{k_{ij}}$ – таблица парных сравнений ранжировки A^k ,

$a^{h_{ij}}$ – таблица парных сравнений ранжировки A^h ,

$i=1,2,\dots,n, j=1,2,\dots,n$ - номера строк и столбцов соответствующих матриц парных сравнений.

** 1. $a \sim b \sim c$; 2. $a \succ b \succ c$; 3. $a \sim c \succ b$; 4. $b \sim c \succ a$; 5. $a \succ b \sim c$;

6. $b \succ a \sim c$; 7. $c \succ a \sim b$; 8. $a \succ b \succ c$; 9. $a \succ c \succ b$; 10. $b \succ a \succ c$;

11. $b \succ c \succ a$; 12. $c \succ a \succ b$; 13. $c \succ b \succ a$.

*** 1. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; 2. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$; 3. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$; 4. $\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$;

5. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; 6. $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$; 7. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$; 8. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$;

$$\begin{array}{cccc}
 \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 1 \\ [-1 & 0 & -1]; \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{array} &
 \begin{array}{ccc} 0 & -1 & 1 \\ [1 & 0 & 1]; \\ -1 & -1 & 0 \end{array} &
 \begin{array}{ccc} 0 & -1 & -1 \\ [1 & 0 & 1]; \\ 1 & -1 & 0 \end{array} &
 \begin{array}{ccc} 0 & 1 & -1 \\ [-1 & 0 & -1]; \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \\
 9. & 10. & 11. & 12. \\
 13. & & & \\
 \begin{array}{ccc} [1 & 0 & -1]; \\ 1 & 1 & 0 \end{array} & & &
 \end{array}$$

Блок Д. Задания для использования в рамках промежуточной аттестации

Д1. Перечень экзаменационных вопросов

1. Структура допустимого множества и типы решений в задачах линейного программирования.
2. Прямая и двойственная задачи линейного программирования.
3. Теоремы двойственности.
4. Экономическая интерпретация двойственных задач.
5. Решение задач линейного программирования симплекс-методом.
6. Математическая модель транспортной задачи.
7. Классификация экономических задач, формализуемых как задачи целочисленного программирования.
8. Методы целочисленного программирования.
9. Задача коммивояжера.
10. Основные этапы работы генетического алгоритма.
11. Операторы скрещивания и мутации.
12. Многокритериальность и недоминируемые решения.
13. Экспертно-оцениваемые критерии и их шкалы.
14. Согласование групповых решений.
15. Поиск минимального расстояния в пространстве ранжировок. Медиана Кемени.

Д2. Задачи

Задача 1.

- Найти экстремум функции
- $f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 4x_2^2$
- при ограничениях
- $g_1(x_1, x_2) = x_1 + x_2 = 6,$
- $g_2(x_1, x_2) = x_1 \geq 0,$
- $g_3(x_1, x_2) = x_2 \geq 0$
- методом множителей Лагранжа.

Задача 2.

В следующей словесно сформулированной задаче требуется:

- составить математическую модель, записав соответствующую задачу линейного программирования (указать смысл всех используемых обозначений и соотношений);

- изобразить графически множество допустимых планов. Записать систему уравнений, порождаемую системой ограничений-неравенств.
- найти графическим методом оптимальный план.

Озеро можно заселить двумя видами рыб: А и В. Средняя масса рыбы вида А равна 2 кг, а вида В — 1 кг. В озере имеется два вида пищи: Р1 и Р2. Средние потребности одной рыбы вида А составляют 1 ед. корма Р1 и 3 ед. корма Р2 в день. Аналогичные потребности для рыбы вида В составляют 2 ед. и 1 ед. Ежедневный запас пищи поддерживается на уровне 500 ед. Р1 и 900 ед. Р2. Как следует заселить озеро рыбами, чтобы максимизировать общую массу рыб?

Задача 3.

Для изготовления изделий А и В используются три вида сырья. На производство одного изделия А требуется: сырья первого вида — 8 кг, второго — 5 кг и третьего — 4 кг. На производство одного изделия В требуется затратить: сырья первого вида — 6 кг, второго — 7 кг и третьего — 3 кг.

Производство обеспечено сырьем первого вида в количестве 182 кг, второго вида — 140 кг, третьего вида — 154 кг. Стоимость одного изделия А равна 10 руб., изделия В — 12 руб.

Составить оптимальный план выпуска продукции без ограничения по ассортименту.

Используя словесное описание задачи составить математические модели прямой и двойственной задач линейного программирования: записать целевые функции и системы уравнений, порождаемых системами ограничений-неравенств.

Сделать сопоставление переменных, ограничений и целевых функций прямой и двойственной задач линейного программирования.

РАЗДЕЛ 3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Балльно-рейтинговая система является базовой системой оценивания сформированности компетенций обучающихся очной формы обучения.

Итоговая оценка сформированности компетенции(й) обучающихся в рамках балльно-рейтинговой системы осуществляется в ходе текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации и определяется как сумма баллов, полученных обучающимися в результате прохождения всех форм контроля.

Оценка сформированности компетенции(й) по дисциплине складывается из двух составляющих:

✓ первая составляющая – оценка преподавателем сформированности компетенции(й) в течение семестра в ходе текущего контроля успеваемости (максимум 100 баллов). Структура первой составляющей определяется технологической картой дисциплины, которая в начале семестра доводится до сведения обучающихся;

✓ вторая составляющая – оценка сформированности компетенции(й) обучающихся на экзамене максимум – 30 баллов.

Для обучающихся по очно-заочной и заочной форм обучения применяются 4-

балльная шкала оценивания результатов текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Уровни освоения компетенций	продвинутый уровень	базовый уровень	пороговый уровень	допороговый уровень
100 – балльная шкала	85 и \geq	70 – 84	51 – 69	0 – 50
4 – балльная шкала	«отлично»	«хорошо»	«удовлетворительно»	«неудовлетворительно»

Шкала оценок при текущем контроле успеваемости по различным показателям

<i>Показатели оценивания сформированности компетенций</i>	<i>Баллы</i>	<i>Оценка</i>
Решение задач при подготовке к выполнению лабораторных работ	0-10	«неудовлетворительно» «удовлетворительно» «хорошо» «отлично»
Выполнение лабораторных работ	0-10	«неудовлетворительно» «удовлетворительно» «хорошо» «отлично»
Ответы на устные вопросы при защите лабораторных работ	0-10	«неудовлетворительно» «удовлетворительно» «хорошо» «отлично»
Контрольное тестирование	0-10	«неудовлетворительно» «удовлетворительно» «хорошо» «отлично»

Соответствие критериев оценивания уровню освоения компетенций по текущему контролю успеваемости

<i>Баллы</i>	<i>Оценка</i>	<i>Уровень освоения компетенций</i>	<i>Критерии оценивания</i>
0-50	«неудовлетворительно»	Допороговый уровень	Обучающийся не приобрел знания, умения и не владеет компетенциями в объеме, закрепленном рабочей программой дисциплины

51-69	«удовлетворительно»	Пороговый уровень	Не менее 50% заданий, подлежащих текущему контролю успеваемости, выполнены без существенных ошибок
70-84	«хорошо»	Базовый уровень	Обучающимся выполнено не менее 75% заданий, подлежащих текущему контролю успеваемости, или при выполнении всех заданий допущены незначительные ошибки; обучающийся показал владение навыками систематизации материала и применения его при решении практических заданий; задания выполнены без ошибок
85-100	«отлично»	Продвинутый уровень	100% заданий, подлежащих текущему контролю успеваемости, выполнены самостоятельно и в требуемом объеме; обучающийся проявляет умение обобщать, систематизировать материал и применять его при решении практических заданий; задания выполнены с подробными пояснениями и аргументированными выводами

Шкала оценок по промежуточной аттестации

<i>Наименование формы промежуточной аттестации</i>	<i>Баллы</i>	<i>Оценка</i>
Экзамен	0-30	«неудовлетворительно» «удовлетворительно» «хорошо» «отлично»

Соответствие критериев оценивания уровню освоения компетенций по промежуточной аттестации обучающихся

<i>Баллы</i>	<i>Оценка</i>	<i>Уровень освоения компетенций</i>	<i>Критерии оценивания</i>
0-9	«неудовлетворительно»	Допороговый уровень	Обучающийся не приобрел знания, умения и не владеет компетенциями в объеме, закрепленном рабочей программой дисциплины; обучающийся не смог ответить на вопросы
10-16	«удовлетворительно»	Пороговый уровень	Обучающийся дал неполные ответы на вопросы, с недостаточной аргументацией, практические задания выполнены

			не полностью, компетенции, осваиваемые в процессе изучения дисциплины сформированы не в полном объеме.
17-23	«хорошо»	Базовый уровень	Обучающийся в целом приобрел знания и умения в рамках осваиваемых в процессе обучения по дисциплине компетенций; обучающийся ответил на все вопросы, точно дал определения и понятия, но затрудняется подтвердить теоретические положения практическими примерами; обучающийся показал хорошие знания по предмету, владение навыками систематизации материала и полностью выполнил практические задания
25-30	«отлично»	Продвинутый уровень	Обучающийся приобрел знания, умения и навыки в полном объеме, закрепленном рабочей программой дисциплины; терминологический аппарат использован правильно; ответы полные, обстоятельные, аргументированные, подтверждены конкретными примерами; обучающийся проявляет умение обобщать, систематизировать материал и выполняет практические задания с подробными пояснениями и аргументированными выводами

Раздел 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций

Методика оценивания выполнения контрольных работ.

Баллы	Оценка	Показатели	Критерии
8-10	«отлично»	Полнота ответов на вопросы; Своевременность выполнения;	Выполнено 85% заданий, даны полные, развернутые ответы на поставленные вопросы.
6-7	«хорошо»	Правильность ответов на вопросы;	Выполнено 70% заданий, даны полные, развернутые ответы на поставленные вопросы; однако были допущены неточности в определении понятий, терминов и др.
3-5	«удовле-		Выполнено 51% заданий, даны не-

	твори-тельно»	Самостоятель-ность выполне-ния.	полные ответы на поставленные во-просы, в ответе не присутствуют до-казательные примеры, текст со сти-листическими и орфографическими ошибками.
0-2	«неудовле-твори-тельно»		Выполнено 0-50% заданий, на по-ставленные вопросы ответ отсут-ствует или неполный, допущены су-щественные ошибки в теоретиче-ском материале (терминах, поня-тиях).

Методика оценивания ответов на устные вопросы.

Устный опрос проводится после выполнения каждой лабораторной работы. Целью опроса является проверка умения формулировать выводы по работе, а также грамотно последовательно излагать материал при защите лабораторной работы.

Баллы	Оценка	Показатели	Критерии
8-10	«отлично»	1. Полнота данных ответов. 2. Аргументированность данных ответов. 3. Правильность ответов на вопросы.	Полно и аргументировано даны ответы по содержанию задания. Обнаружено понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные. Изложение материала последовательно и правильно.
6-7	«хорошо»		Обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет.
3-5	«удовлетворительно»		Обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но: 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил; 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

0-2	«неудовлетворительно»		Обучающийся обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал; отмечаются такие недостатки в подготовке обучающегося, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.
-----	-----------------------	--	---

Методика оценивания решения задач.

Решение задач предваряет выполнение лабораторных работ. Содержание задач подбирается близким к содержанию соответствующей лабораторной работы и позволяет обучающемуся теоретически подготовиться к ее выполнению.

Баллы	Оценка	Показатели	Критерии
8-10	«отлично»	1. Полнота решения задач. 2. Своевременность выполнения. 3. Правильность ответов на вопросы.	Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Ясно описан способ решения. Продемонстрированы умение анализировать ситуацию и находить оптимальное количество решений, умение работать с информацией, в том числе умение затребовать дополнительную информацию, необходимую для уточнения ситуации, навыки четкого и точного изложения собственной точки зрения в устной и письменной форме, убедительного отстаивания своей точки зрения.
6-7	«хорошо»		Основные требования к решению задач выполнены, но при этом допущены недочеты. При объяснении сложного юридического явления указаны не все факторы.
3-5	«удовлетворительно»		Имеются существенные отступления от решения задач. В частности, отсутствуют навыки и умения моделировать решения в соответствии с заданием, представлять различные

		подходы к разработке планов действий, ориентированных на конечный результат.
0-2	«неудовлетворительно»	Решение не выполнено, обнаруживается непонимание поставленной проблемы.

Методика оценивания выполнения лабораторных работ.

Лабораторные работы носят исследовательский характер и завершают освоение каждой темы. Работы выполняются в компьютерном классе, оснащённом современным программным обеспечением для имитационного моделирования бизнес-процессов.

Баллы	Оценка	Показатели	Критерии
8-10	«отлично»	Подготовленность к выполнению лабораторной работы. Полнота выполнения лабораторной работы. Самостоятельность при выполнении лабораторной работы.	Обучающийся подготовлен к выполнению лабораторной работы: изучил задание и необходимые источники. Полностью выполнил все пункты лабораторного задания. Проявил самостоятельность при выполнении лабораторной работы.
6-7	«хорошо»	при выполнении лабораторной работы.	Обучающийся в целом подготовлен к выполнению лабораторной работы: изучил задание, но не все необходимые источники. При выполнении отдельных пунктов задания допустил ошибки. Проявил самостоятельность при выполнении лабораторной работы.
3-5	«удовлетворительно»		Обучающийся недостаточно подготовлен к выполнению лабораторной работы: изучил не все пункты задания и необходимые источники. Выполнил не все пункты лабораторного задания. Не проявил в достаточной мере самостоятельность при выполнении лабораторной работы.
0-2	«неудовлетворительно»		К выполнению лабораторной работы обучающийся подготовился плохо, смог выполнить только отдельные пункты задания, литературные источники не изучил. При выполнении задания допустил грубые ошибки.

Методика оценивания ответа на экзамене.

Итоговой формой контроля по дисциплине является экзамен. В экзаменационный билет включены два теоретических вопроса и задача, соответствующие содержанию формируемых компетенций. Экзамен проводится в устной форме. Обучающемуся предоставляется не менее 20 минут на подготовку. За ответ на каждый теоретический вопрос обучающийся может получить максимально 10 баллов, за решение задачи 10 баллов. Итого 30 баллов.

При применении дистанционных форм обучения экзамен проводится в форме тестирования с помощью ЭИОС университета. На тестирование отводится 90 минут. Каждый вариант тестовых заданий включает 60 вопросов.

**Лист актуализации оценочных материалов по дисциплине
«Исследование операций и методы оптимизации»**

Оценочные материалы пересмотрены,
обсуждены и одобрены на заседании кафедры

Протокол от « _____ » _____ 20 ____ г. № _____

Зав. кафедрой _____

Оценочные материалы пересмотрены,
обсуждены и одобрены на заседании кафедры

Протокол от « _____ » _____ 20 ____ г. № _____

Зав. кафедрой _____

Оценочные материалы пересмотрены,
обсуждены и одобрены на заседании кафедры

Протокол от « _____ » _____ 20 ____ г. № _____

Зав. кафедрой _____

Оценочные материалы пересмотрены,
обсуждены и одобрены на заседании кафедры

Протокол от « _____ » _____ 20 ____ г. № _____

Зав. кафедрой _____